

Interazione dinamica non lineare terreno-struttura nell'ambito della progettazione sismica agli spostamenti

R. Paolucci¹, C. Di Prisco², R. Figini³, L. Petrini⁴, M. Vecchiotti⁵ ■

Sommario

Nella prima parte dell'articolo, dopo una rapida rassegna dei dati sperimentali disponibili circa la risposta sismica di fondazioni superficiali e circa i modelli di calcolo per interpretarne e simularne il comportamento, sono proposte formule semplificate ed abachi concepiti per tener conto in fase progettuale

della non linearità del sistema fondazione-terreno. Nella seconda parte è quindi proposta una procedura per tenere conto degli effetti di interazione non-lineare terreno-struttura nella progettazione sismica secondo il metodo degli spostamenti e sono discussi alcuni esempi applicativi relativi al caso di pile da ponte.

1. Introduzione

Il crescente interesse dell'ingegneria sismica verso approcci progettuali di tipo prestazionale ha suscitato negli ultimi anni attenzione via via crescente circa il potenziale ruolo che l'interazione tra terreno, fondazione e sovrastruttura può giocare sul comportamento del sistema nel suo complesso (ATC-40, 1996; Martin e Lam, 2000; Pecker, 2006). Nella progettazione sismica tradizionale, si richiede generalmente che ogni tipo di danno riguardante la fondazione debba essere evitato, e che le risorse di duttilità siano richieste soltanto alla sovrastruttura. Questo requisito è giustificato prevalentemente da considerazioni economiche e logistiche, relative alle difficoltà di ispezionare la fondazione prima o dopo il terremoto. Tuttavia, anche per carichi sismici moderati, la non-linearità della risposta del terreno di fondazione è quasi inevitabile, principalmente a causa dei momenti ribaltanti che durante il moto sismico superano transitoriamente il limite statico di capacità portante (Pecker, 2006; Gazetas et al., 2007). In tal caso gli effetti di interazione non lineare con la struttura possono essere rilevanti, portando generalmente ad una riduzione della domanda sismica sulla sovrastruttura.

Alla base della sopra citata difficoltà nell'attribuire risorse duttili al sistema di interazione terreno-fondazione durante un terremoto stanno anche, da un lato la mancanza di procedure di

calcolo ben consolidate per prevedere con un buon grado di affidabilità il comportamento non-lineare della fondazione sotto carico sismico e dall'altro la carenza di dati sperimentali. Soltanto recentemente sono apparsi in letteratura lavori che confrontano i risultati di modellazioni numeriche con prove sperimentali concernenti il comportamento di fondazioni sotto carico sismico, svolte su tavola vibrante (Paolucci et al., 2008; Shirato et al., 2008a; Grange, 2008) o in centrifuga (Gajan et al., 2005; Gajan e Kutter, 2007). Di grande interesse sono anche le prove in centrifuga eseguite presso l'Università di Davis in California (Ugalde et al., 2007; Chang et al., 2007), che per prime affrontano sperimentalmente il problema dell'accoppiamento tra risposta non-lineare della struttura e della fondazione.

I metodi di calcolo utilizzati per affrontare il problema di interazione non-lineare terreno-struttura sono tradizionalmente basati sull'ipotesi di risolvere un problema disaccoppiato, separando i problemi di natura strutturale da quelli di natura geotecnica. Inoltre, gli effetti dinamici che interessano il terreno di fondazione sono in genere trascurati o computati a parte, facendo uso di codici di calcolo agli elementi finiti. Una volta risolto il problema dal punto di vista strutturale, i cedimenti delle fondazioni sono solitamente calcolati mediante analisi ad elementi finiti a carico controllato. Proprio in virtù dei limiti sopra citati, le ricerche

¹ Politecnico di Milano, Dipartimento di Ingegneria Strutturale - ✉ paolucci@stru.polimi.it

² Politecnico di Milano, Dipartimento di Ingegneria Strutturale - ✉ cdiprisc@stru.polimi.it

³ Politecnico di Milano, Dipartimento di Ingegneria Strutturale - ✉ figini@stru.polimi.it

⁴ Politecnico di Milano, Dipartimento di Ingegneria Strutturale - ✉ lorenza.petrini@polimi.it

⁵ Politecnico di Milano, Dipartimento di Ingegneria Strutturale - ✉ vecchiotti@stru.polimi.it

più recenti concernenti il comportamento sismico di fondazioni superficiali hanno affrontato il problema sotto l'ipotesi che la risposta meccanica del sistema terreno-fondazione possa essere descritta mediante l'utilizzo di grandezze generalizzate ed attraverso la teoria del macro-elemento (Nova e Montrasio, 1991; Paolucci, 1997; Cremer et al., 2001 e 2002; Le Pape e Sieffert, 2001; Grange, 2008; Chatzigogos, 2007) o mediante un sistema di molle non lineari, come suggerito in alcune linee guida per la progettazione sismica (FEMA-273, 1997). Quest'ultimo approccio si scontra però con alcune difficoltà concettuali (Pender, 2007), legate alla distribuzione non uniforme delle pressioni sotto la fondazione. Nella prima parte di questo articolo sarà richiamata in maniera semplificata la teoria del macro-elemento terreno-fondazione, sottolineandone la capacità di interpretare in

maniera molto soddisfacente i dati sperimentali. Sulla base di tale modello sono state quindi calibrate opportune curve "empiriche" che quantificano la variazione della rigidità equivalente della fondazione ed il corrispondente smorzamento in funzione della rotazione della fondazione stessa. Tali curve costituiscono uno degli ingredienti principali per la comprensione della seconda parte dell'articolo, nella quale sarà proposta una possibile soluzione al problema della determinazione pratica degli effetti dell'interazione non-lineare terreno-struttura, nel quadro della progettazione sismica con metodo diretto agli spostamenti (Direct Displacement Based Design - nel seguito DDBD, Priestley et al., 2007). A chiarimento della procedura proposta, saranno allora forniti alcuni esempi di calcolo per quanto riguarda la progettazione integrata struttura-fondazione di pile da ponte nel quadro del DDBD.

2. Non-linearità del comportamento di fondazioni superficiali sotto carichi ciclici: modellazione numerica e risultati sperimentali

Il macro-elemento terreno-fondazione

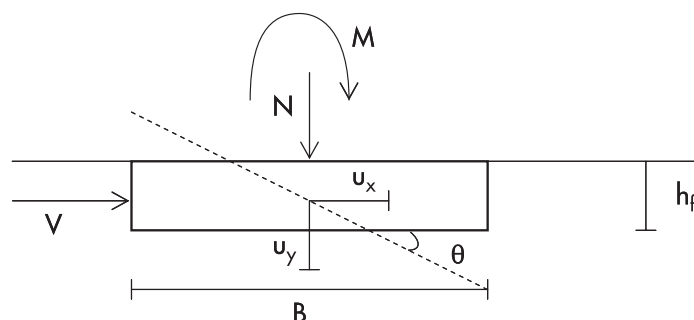
La teoria del macro-elemento permette di interpretare in modo semplificato, ma con solide basi fisiche, il complesso fenomeno dell'interazione terreno - struttura e di valutare gli effetti dei carichi ciclici/dinamici trasmessi dalla struttura alla fondazione. Tale approccio è basato sull'ipotesi di suddividere il sistema in tre "sottostrutture", identificate come (i) campo lontano, (ii) campo vicino e (iii) sovrastruttura. Il campo lontano è la porzione di terreno che non viene influenzata dalla presenza della struttura, all'interno del quale il campo di spostamenti è noto; il campo vicino è invece la porzione di terreno nella quale gli effetti dell'interazione terreno - struttura sono dominanti, e dove è ragionevole che si accumulino deformazioni irreversibili. In questo lavoro si considera la sola

risposta meccanica di quest'ultimo campo, facendo l'ipotesi che la fondazione sia rigida. Si considereranno inoltre i soli effetti legati all'applicazione di carichi ciclici.

La teoria del macroelemento è stata inizialmente concepita per studiare la risposta meccanica di fondazioni nastriformi poste su strati omogenei in sabbia (in assenza di acqua), sottoposte a carichi inclinati ed eccentrici monotonamente crescenti. Solo recentemente (Di Prisco et al., 1998; Cremer et al., 2001; Di Prisco et al., 2003a, 2003b, 2003c) sono state apportate modifiche allo scopo di simulare prove di carico cicliche. Poiché la fondazione è rigida, l'interazione meccanica in campo statico può essere descritta, in condizioni di deformazioni piane, tramite tre variabili generalizzate di sforzo (componente verticale N ed orizzontale V del carico, momento ribaltante M) e tre variabili generalizzate di deformazione (componente verticale u_y ed orizzontale u_x dello spostamento, rotazione θ della fondazione) (Fig. 1).

Data la anolonomia del legame costitutivo,

Fig. 1
Variabili di sforzo e di deformazioni generalizzate per una fondazione nastriforme.



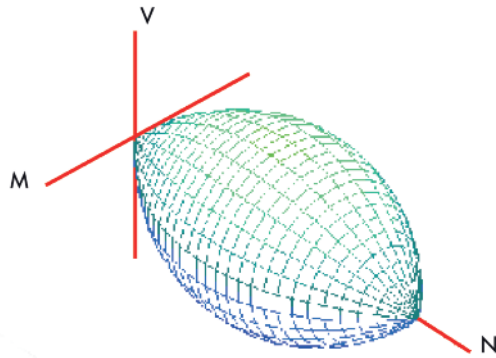
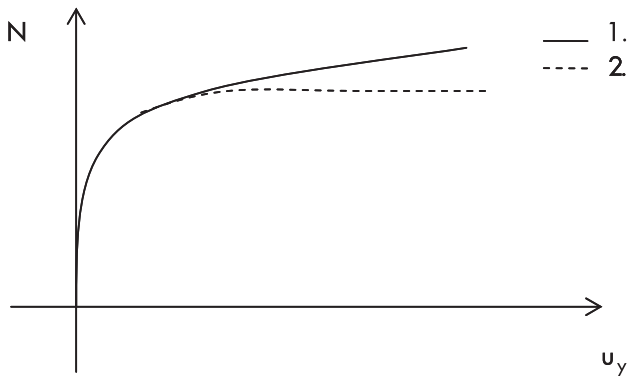


Fig. 2
Visualizzazione grafica del dominio di interazione per una fondazione superficiale nastriforme

esso deve essere espresso in forma incrementale. In elastoplasticità questo significa introdurre una matrice di rigidezza incrementale D (nel caso in esame è sufficiente una 3×3). Nel caso si ipotizzi un legame costitutivo elastoplastico perfetto, per ottenere la matrice di rigidezza incrementale sarebbe sufficiente definire un appropriato luogo di rottura F (cioè un'espressione analitica del dominio di interazione, Fig. 2), un potenziale plastico G ed una matrice di rigidezza elastica. Come dimostrato sperimentalmente da diversi autori (Georgiadis e Butterfield, 1988; Nova e Montrasio, 1991; Butterfield e Gottardi, 1994; Nova e Montrasio, 1997), ad ogni punto appartenente ad F

corrisponde un preciso meccanismo di rottura. Purtroppo però F non è sempre facilmente definibile: ad esempio quando una fondazione superficiale è posta su uno strato di sabbia sciolta, se l'affondamento h_f della fondazione rispetto al piano campagna (Fig. 1) non è mantenuto artificialmente costante, la definizione del meccanismo di rottura, ma soprattutto la valutazione del carico limite, risulta praticamente impossibile. Infatti in questo caso la risposta meccanica è di tipo incrudente (curva 1 di Fig. 3) ed un carico limite non è mai raggiunto. Per ciò che concerne la forma di F è inoltre necessario aggiungere che: (i) l'affondamento della fondazione induce prevalentemente una



- 1. curva a h_f progressivamente crescente
- - - 2. curva a h_f costante

Fig. 3
Schema della risposta meccanica di fondazioni superficiali poste su uno strato omogeneo di sabbia sciolta sottoposte ad una azione verticale centrata monotonamente crescente

traslazione verso sinistra lungo l'asse N del dominio di rottura (Calveti et al., 2004; Di Prisco et al., 2004), ossia la fondazione è in grado di sostenere anche valori negativi di carico verticale; (ii) la definizione del dominio di interazione F può essere estesa al caso di fondazioni superficiali di forma rettangolare e circolare (Grange et al., 2007; Chatzigogos, 2007); (iii) la presenza di una successione stratigrafica eterogenea, e persino l'inclusione di georinforzi possono essere tenute in conto semplicemente variando il set di parametri costitutivi del modello (Di Prisco et al., 2003a).

Una simulazione più realistica del comportamento meccanico di fondazioni rigide superficiali può essere ottenuto utilizzando un legame costitutivo elastoplastico incrudente. La superficie di snervamento f ed il potenziale plastico g possono essere definite, in questo caso, assumendo che esse abbiano la medesima forma delle superfici F e G . Ne consegue che il luogo di rottura altro non è che una particolare superficie di snervamento f , nella quale il parametro di incrudimento N_C assume il valore della capacità portante della fondazione N_{MAX} (Nova e Montrasio, 1991).

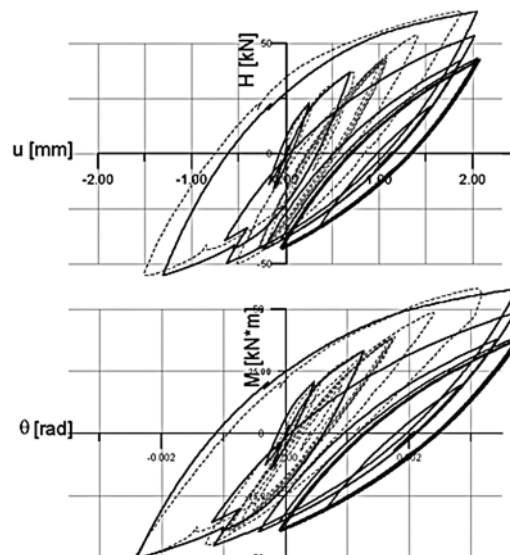
2.1 Fondazioni superficiali sottoposte a carichi ciclici

Nonostante gli approcci basati sulla teoria dell'elasto-plasticità incrudente siano in grado di riprodurre con soddisfacente accuratezza il comportamento di fondazioni soggette a carichi monotonamente crescenti, essi non risultano idonei a riprodurre la risposta sotto carichi ciclici. Per questa tipologia di carico, in letteratura sono reperibili due classi di prove sperimentali: (i) prove cicliche a carico controllato e simmetrico (in questo caso la simmetria si riferisce all'asse N (Fig. 2)) (Pedretti, 1998; Shirato et al., 2008b); (ii) prove a carico controllato non simmetriche durante le quali la sollecitazione ciclica induce oscillazioni di carico intorno ad un punto che non giace sull'asse N (Di Prisco et al., 2003c). Il primo tipo di prove sperimentali induce, nel tempo, principalmente un accumulo di cedimento verticale e progressivamente porta la fondazione verso una condizione di shake down, nella quale a regime non si ha accumulo di deformazioni permanenti. Al contrario, nel secondo caso si verifica un notevole accumulo di spostamenti tanto verticali quanto orizzontali (e/o rotazionali), e la condizione di shake down non è apparentemente mai raggiunta.

Per oltrepassare i limiti intrinseci agli approcci elasto-plastici incrudenti, è pratica comune nella meccanica dei geomateriali definire legami costitutivi generalizzati o approcci plastici multi-meccanismo. Il modello di Nova e Montrasio (1991) precedentemente citato, ad esempio, è stato modificato (Di Prisco et al.,

1998) introducendo una seconda superficie di carico all'interno della superficie di snervamento. Grazie ad una apposita legge di "mapping" ogni punto interno alla superficie di snervamento può essere associato ad un suo punto immagine appartenente alla superficie di snervamento stessa. Con tale relazione è possibile tenere conto dell'accumulo di deformazioni permanenti anche quando lo stato di sforzo si trova all'interno di quella regione ove, solitamente, il comportamento è assunto elastico. In questo modo diviene possibile simulare anche quantitativamente in modo soddisfacente il comportamento del sistema soggetto a carichi ciclici e/o viaggianti (Di Prisco et al., 2003a e b). Il modello risulta ovviamente più complesso, ed è quindi necessario determinare un numero maggiore di parametri. In figura 4 è illustrato un confronto fra dati sperimentali ottenuti durante il progetto TRISEE (Faccioli et al., 1998) e relative simulazioni numeriche ottenute mediante il modello qui sopra citato. I dati si riferiscono ad un plinto di larghezza pari ad 1m, posto su uno strato di sabbia densa. Nel corso della fase ciclica della prova, il carico verticale è mantenuto costante, mentre il carico orizzontale ed il momento ribaltante vengono variati mantenendone costante il rapporto (Pedretti, 1998). Il carico è stato applicato a bassa frequenza, quindi gli effetti dinamici possono essere trascurati. Come si può notare, il modello basato sulla teoria del macroelemento è in grado di cogliere in maniera soddisfacente le caratteristiche essenziali della risposta meccanica del sistema.

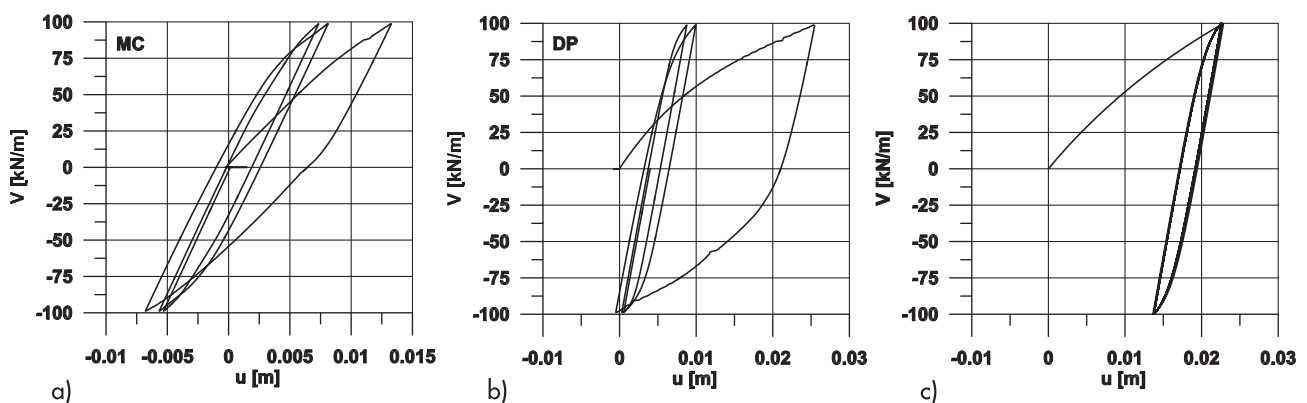
Fig 4
Confronto tra gli spostamenti misurati (linea tratteggiata) e calcolati (linea piena) di una fondazione in scala reale soggetta a carico orizzontale e momento ribaltante ciclici, a carico verticale costante (Pedretti, 1998). Spostamento orizzontale (a); rotazione (b)



I modelli precedentemente citati non sono purtroppo però in grado di riprodurre tre aspetti particolarmente importanti del comportamento meccanico delle fondazioni superficiali soggette a carichi ciclici: (i) i notevoli spostamenti conseguenti il primo scarico (tale limite è essenzialmente legato all'ipotesi di incrudimento isotropo della superficie di snervamento); (ii) la perdita di rigidità legata alla prima fase di scarico, che avviene quando la fondazione ha precedentemente subito notevoli rotazioni; (iii) la sovrastima dell'effetto di "ratcheting" che si verifica quando sono im-

sti percorsi di carico non simmetrici.

Per ciò che concerne il primo punto, in figura 5, sono confrontati i risultati ottenuti numericamente (Di Prisco et al., 2002) utilizzando il modello precedentemente citato (Fig. 5c) con quelli ottenuti mediante simulazioni numeriche agli elementi finiti (FEAT, 2004). In particolare, le curve "MC" sono state ottenute utilizzando per il terreno di fondazione un modello costitutivo elastoplastico perfetto alla Mohr - Coulomb, mentre le curve "DP" sono state determinate utilizzando un modello costitutivo incrudente anisotropo (Di Prisco et al, 1993).



Tali risultati sono riferiti ad una fondazione nastriforme, rigida e superficiale, posta su uno strato di sabbia sciolta e soggetta ad un precarico verticale N , mantenuto costante nel corso delle prove con variazione ciclica del carico orizzontale V . È evidente che le curve ottenute mediante la teoria del macroelemento siano in buon accordo con quanto ottenuto mediante il codice ad elementi finiti. Fa eccezione, come precedentemente osservato, il primo scarico (Fig. 5b). Quando il carico è diretto verso destra, infatti, le deformazioni irreversibili si sviluppano essenzialmente nelle immediate vicinanze dello spigolo destro della fondazione, e viceversa quando il carico è diretto verso sinistra. Ciò implica che anche i due meccanismi di rottura, associati a tali deformazioni, si sviluppano in maniera indipendente. Lo stesso vale nel caso siano applicati momenti ribaltanti. Come già suggerito allora da Cremer et al. (2001), per simulare un comportamento di questo genere è necessario ipotizzare che l'incrudimento della superficie di plasticità non sia isotropo. Il secondo aspetto tra quelli citati, e cioè la perdita di rigidità allo scarico nel caso la fondazione abbia precedentemente incassato rotazioni notevoli, è più importante, e può

essere messo in evidenza osservando, ad esempio, i dati sperimentali relativi alle prove in grande scala eseguite presso il Public Works Research Institute (PWRI, 2005; Shirato et al., 2008b), mostrati in figura 6. Questi dati riguardano una struttura rigida in acciaio, posta in un cassone riempito a seconda dei casi di sabbia densa o sciolta e caricata ciclicamente in condizioni di spostamento controllato. Questo permette di osservare anche la perdita di carico indotta dal fenomeno di localizzazione delle deformazioni. Nel corso della fase ciclica il carico verticale N è mantenuto costante, mentre tanto il carico orizzontale V quanto il momento ribaltante M variano. È evidente, confrontando le figura 6a e 6b, come nel corso della fase ciclica, caratterizzata da significative rotazioni della fondazione, il comportamento meccanico della fondazione sia fortemente influenzato dalla densità relativa del terreno. In particolare, quando il terreno risulta sufficientemente denso, e cioè per densità relative superiori circa al 60%, per cicli caratterizzati da grandi angoli di rotazione si può osservare nel corso della fase di scarico la tipica forma ad "s" del ciclo (Fig. 6a). Al contrario, ciò non si verifica quando il terreno si presenta in condizioni sciolte (Fig.

Fig. 5 confronto tra risultati ottenuti tramite analisi numeriche ad elementi finiti utilizzando a) legame costitutivo elastoplastico perfetto alla Mohr - Coulomb b) legame costitutivo elasto-plastico incrudente anisotropo (Di Prisco et al., 1993) c) simulazioni numeriche utilizzando l'approccio basato sulla teoria del macroelemento.

6b). Il comportamento osservato nella fase di scarico per sabbie dense è legato al fenomeno di sollevamento (*uplift*) della fondazione: la riduzione della superficie di contatto tra terreno e fondazione che si verifica in caso di distacco e sollevamento di quest'ultima genera infatti una sorta di "danneggiamento" del sistema, che potrebbe essere correttamente riprodotto, ad esempio, utilizzando un accoppiamento elastoplastico. Alcuni tentativi, anche se non completamente soddisfacenti, per tenere conto di questo effetto, sono già stati fatti da diversi autori (Cremer et al., 2001; Shirato et al., 2008a; Chatzigogos,

2007; Grange, 2008).

Il terzo punto, infine, è di grande importanza anche per fondazioni soggette a carichi in condizioni statiche, e riguarda i percorsi di carico asimmetrici. Quando carichi di questo tipo vengono simulati utilizzando i modelli citati in precedenza, si ottiene una grande sovrastima delle deformazioni generalizzate, e la simulazione numerica del fenomeno del ratcheting non è assolutamente realistica, come mostrato da Di Prisco et al., (2003c), utilizzando un modello di fondazione in scala ridotta, rigida e idealmente nastriforme, posta su uno strato di sabbia sciolta.

3. Rigidezza e smorzamento di una fondazione superficiale sotto carico ciclico

Il comportamento meccanico di una fondazione rigida nastriforme può anche essere schematizzato utilizzando i concetti di rigidezza secante K_f e di fattore di smorzamento ξ_f . Un esempio di curva di decadimento della rigidezza rotazionale K_f in funzione dell'angolo di rotazione θ , ottenuto dall'elaborazione dei dati già citati (Pedretti, 1998 e PWRI, 2005) relativi a prove sperimentali su sabbia densa è mostrato in figura 7. La rigidezza K_f è stata calcolata sulla base dei cicli sperimentali,

come la pendenza della linea che congiunge i punti estremi del ciclo nel piano momento-rotazione $M-\theta$. In figura 7a sono mostrati i valori del rapporto $K_f / K_{f,0}$, dove $K_{f,0}$ è la rigidezza rotazionale iniziale del sistema. Nello stesso grafico sono mostrati anche i valori relativi alle analisi numeriche eseguite mediante il modello costitutivo già citato nel paragrafo precedente introdotto da Di Prisco et al. (2003). Si noti che, anche per modesti valori dell'angolo di rotazione (ad esempio un 1mrad), la rigidezza rotazionale della fondazione si riduce per una percentuale che varia, in funzione della densità relativa del terreno, dal 40% al 60%.

Fig. 6 Prove sperimentali cicliche a spostamento controllato su fondazioni modello: risultati relativi a sabbia densa (a) e sabbia sciolta (b) (PWRI, 2005).

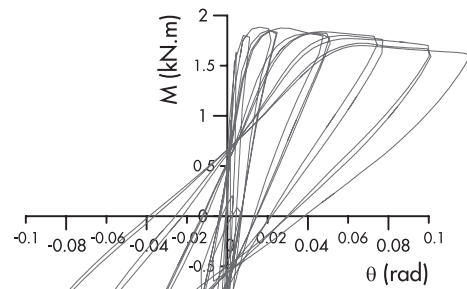
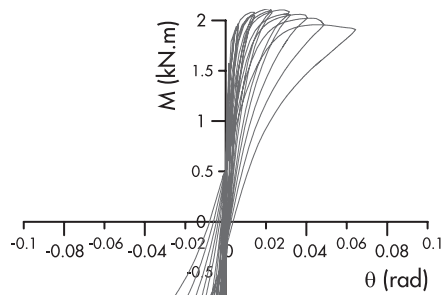
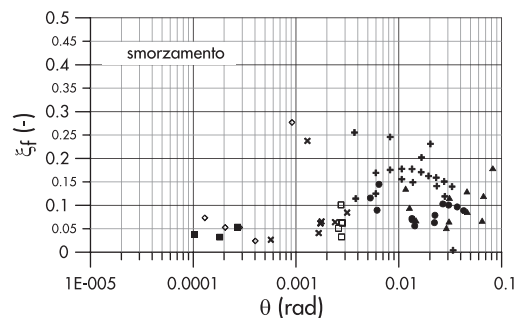
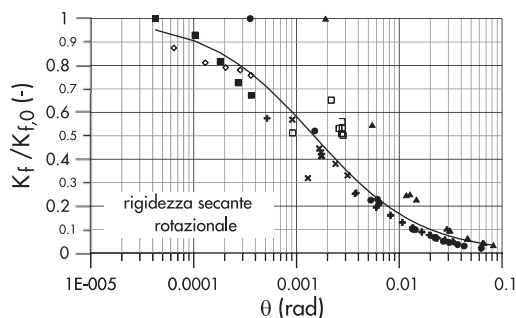


Fig. 7 Decadimento della rigidezza e variazione dello smorzamento per sabbie dense ($D_r=90\%$).

a)

b)

- Sabbia densa $D_r = 90\%$
- PWRI test n. 5
 - ▲ PWRI test n. 8
 - TRISEE fase 1
 - × TRISEE fase 2
 - + TRISEE fase 3
 - CURVA INTERPOLANTE
 - ◇ Simulazione numerica 1
 - Simulazione numerica 2



In figura 7b è invece illustrato il fattore di smorzamento rotazionale ξ_f ; esso è calcolato come il rapporto tra l'energia D dissipata nel corso del ciclo di isteresi (la sua area) e l'energia elastica ΔW immagazzinata dal sistema. I valori variano dal 5% al 10%, per rotazioni fino a 1 mrad, ma aumentano significativamente fino al 20% per le sabbie dense. Per mettere in evidenza l'effetto del percorso di carico sulle curve di figura 7, sono state eseguite alcune simulazioni numeriche utilizzando il modello costitutivo di Di Prisco et al. (2003). In figura 8 sono mostrati i risultati di simulazioni numeriche relative a terreni di fondazione caratterizzati da una densità relativa elevata, durante le quali il carico verticale N è stato mantenuto costante, mentre il momento ribaltante M è stato fatto variare

ciclicamente mantenendo nullo il valore del carico orizzontale V. L'andamento di $K_f/K_{f,0}$ e di ξ_f è stato tracciato in funzione di θ per diversi valori di N_{MAX}/N . Questi risultati giustificano la notevole dispersione dei dati sia sperimentali che numerici, mostrati in figura 7, ove non è stata fatta alcuna distinzione circa il percorso di carico imposto sperimentalmente. A causa dei limiti del modello costitutivo, già esposti in precedenza, in figura 8 sono però mostrati unicamente i valori di smorzamento, ottenuti numericamente, relativi a piccole rotazioni ($\theta < 0.01$ rad). Infatti, dato che il modello non consente di cogliere il sollevamento della fondazione e quindi la forma ad "s" delle curve di figura 6a, i risultati numerici relativi a rotazioni più elevate non avrebbero alcun significato.

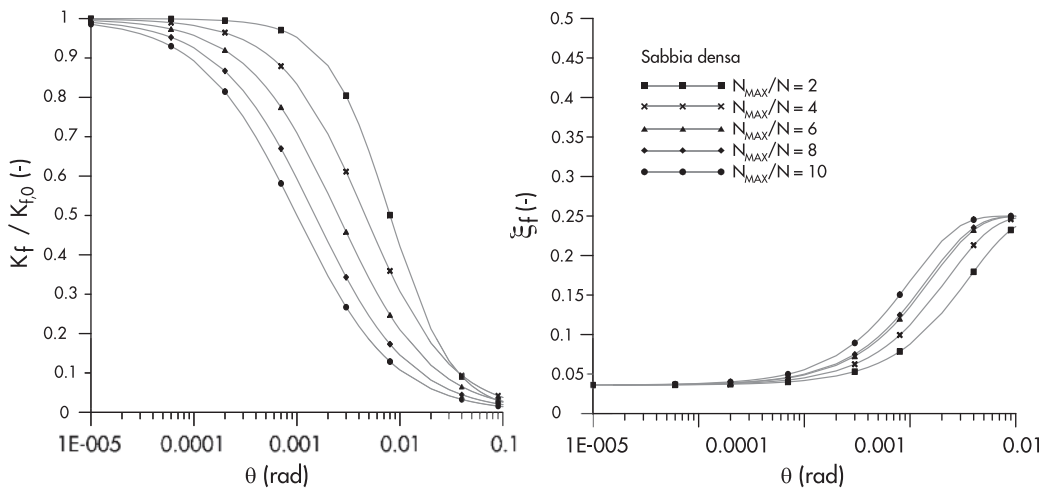


Fig. 8
Influenza del percorso di carico sul valore della rigidità rotazionale secante e sullo smorzamento per una sabbia densa.

Le curve rappresentate in figura 8 costituiscono un'interpolazione dei risultati numerici, e sono esprimibili attraverso le seguenti equazioni:

$$\frac{K_f}{K_{f,0}} = \frac{1}{1 + \alpha \cdot \theta^m} \quad (2)$$

$$\xi_f = \xi_{f,min} + (\xi_{f,max} - \xi_{f,min}) [1 - \exp(-b\theta)] \quad (3)$$

Nelle precedenti equazioni il parametro $\xi_{f,min}$ è fissato a $\xi_{f,min} = 0.036$, mentre $\xi_{f,max}$ è pari a 0.25 per sabbie dense e a 0.37 per sabbie mediamente addensate. I parametri α , m e b sono variabili in funzione sia della densità relativa della sabbia, sia del fattore di sicurezza statico N_{MAX}/N . In tabella 1 vengono riportati i valori di α , m e b per sabbie dense e mediamente addensate, in corrispondenza di diversi valori del fattore di sicurezza statico.

Tabella 1 - valori dei parametri a , m e b delle curve espresse attraverso le Eq. (2) e (3)

N_{MAX}/N	Dr = 90%			Dr = 60%		
	a	m	b	a	m	b
2	458.36	1.30	27.73	686.26	1.30	39.39
3	281.95	1.11	32.76	386.24	1.11	47.61
4.5	262.90	1.00	43.93	339.87	0.98	67.79
6	292.81	0.94	62.25	352.13	0.92	90.64
7.5	324.76	0.91	66.96	398.44	0.89	104.49
9	378.05	0.89	85.08	433.12	0.86	119.20
10	415.5	0.88	95.60	452.44	0.84	130.85
15	575.36	0.83	164.42	653.02	0.79	210.42
20	1010.99	0.86	233.70	1219.47	0.83	285.15
25	2461.06	0.95	305.97	2461.06	0.89	367.70
30	5192.13	1.02	382.51	5192.13	0.96	442.47

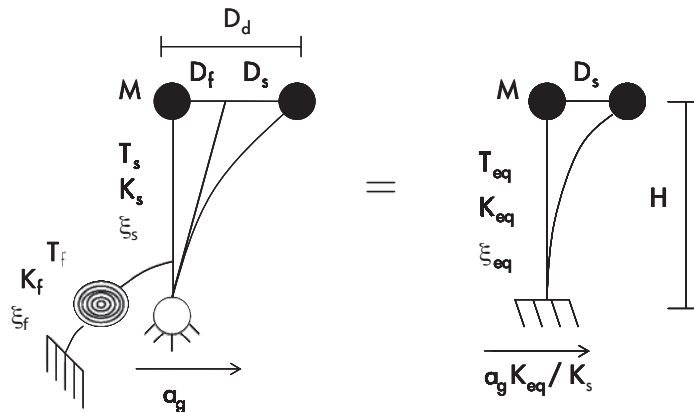
4. Il ruolo del comportamento della fondazione nella progettazione sismica agli spostamenti

Formulazione di una procedura di calcolo
 Come accennato nell'introduzione, il recente sviluppo di approcci prestazionali alla progettazione sismica ha dato nuovo rilievo allo sviluppo di metodi affidabili per il calcolo delle deformazioni dell'intero sistema strutturale, ivi compresa la fondazione. Tra gli approcci proposti, il metodo agli spostamenti illustrato da Priestley et al. (2007), denominato nel seguito come DDBD (Direct Displacement Based Design), si presta con una certa facilità ad incorporare gli effetti dell'interazione terreno-struttura (nel seguito ISS), in quanto basato su una schematizzazione della struttura mediante un oscillatore ad un grado

di libertà con periodo e smorzamento equivalente, alla base degli approcci semplificati impiegati per l'analisi del fenomeno di interazione dinamica terreno-struttura.

Considerando il modello di oscillatore a 2 gradi di libertà (gdl) illustrato in figura 9, supponendo (i) che la massa della fondazione possa essere trascurata rispetto a quella della struttura e (ii) che l'interazione terreno-struttura avvenga prevalentemente rispetto al grado di libertà rotazionale, si può infatti mostrare (Wolf, 1985) che il sistema a due gdl può essere sostituito da un oscillatore equivalente ad un grado di libertà (Fig. 9), caratterizzato da periodo proprio, smorzamento e accelerazione di input definiti rispettivamente dalle equazioni seguenti:

Fig 9
 A sinistra: sistema a 2 gdl rappresentativo di un oscillatore armonico sollecitato da accelerazione orizzontale alla base e con cedevolezza rotazionale della fondazione. A destra: sistema equivalente a 1 gdl, secondo Wolf (1985).



$$T_{eq}^2 = T_s^2 + T_f^2 \quad (4)$$

$$\xi_{eq} = \frac{K_{eq}}{K_s} \xi_s + \frac{K_{eq} H^2}{K_f} \xi_f \quad (5)$$

$$a_g^{eq} = \frac{K_{eq}}{K_s} a_g \quad (6)$$

dove i simboli adottati hanno il significato seguente:

- T_s, T_f, T_{eq} : periodo proprio di vibrazione rispettivamente della sovrastruttura, della fondazione e del sistema equivalente a 1 gdl;
- K_s, K_f, K_{eq} : rigidità strutturale, impedenza del sistema suolo fondazione e rigidità del sistema equivalente a 1 gdl;
- ξ_s, ξ_f, ξ_{eq} : smorzamento strutturale, della fondazione, e del sistema equivalente a 1 gdl;
- H : altezza efficace del primo modo di vibrazione della sovrastruttura;
- a_g, a_g^{eq} : rispettivamente accelerazione del suolo e input sismico equivalente.

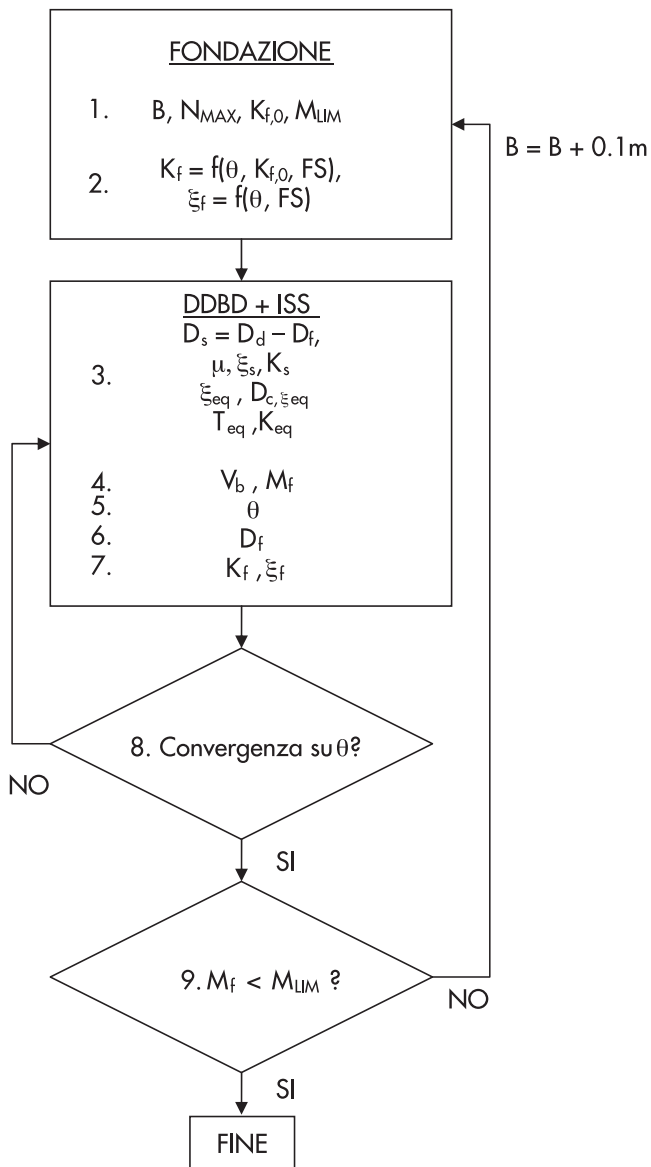
Con i valori equivalenti espressi dalle (4), (5) e (6), si può dimostrare che la risposta dell'oscillatore a 1 gdl risulta uguale a quella del sistema iniziale a due gradi di libertà (Wolf, 1985).

L'idea alla base della procedura proposta è che sia possibile applicare il DDBD su tale oscillatore modificato. Per tener conto degli effetti di non-linearità del terreno, è stata pensata una procedura di tipo iterativo, in cui ad ogni passo di calcolo vengono modificate le caratteristiche di rigidità e smorzamento del sistema suolo-fondazione in funzione della rotazione corrente della fondazione stessa, conseguente all'applicazione delle azioni calcolate attraverso il DDBD. Tale procedura, riassunta nello schema a blocchi di figura 10 (i cui simboli fanno riferimento o alla figura 9 o a quanto segue), si articola essenzialmente nei seguenti punti:

1. dimensionamento della fondazione (larghezza B , capacità portante N_{MAX} , impedenza rotazionale $K_{f,0}$, momento limite M_{LIM});
2. costruzione delle curve definite dalle equazioni (2) e (3);
3. valutazione dell'oscillatore equivalente a 1 gdl (duttilità μ , smorzamento e rigidità strutturali ξ_s e K_s , smorzamento equivalente ξ_{eq} , valore di spostamento corrispondente al plateau dello spettro di spostamento, smorzato con ξ_{eq}, D_c, ξ_{eq}): alla prima iterazione si considera l'oscillatore a base fissa, successivamente il periodo di oscillazione e lo smorzamento strutturale vengono modifi-

- cati tenendo conto dell'interazione con la fondazione (Wolf, 1985);
4. calcolo del taglio alla base V_b e del corrispondente momento agente sulla fondazione M_f per il prescritto spettro di spostamento;
5. calcolo della rotazione della fondazione θ ;
6. calcolo del contributo della fondazione allo spostamento laterale della struttura D_f ;
7. aggiornamento di K_f e ξ_f entrando nelle curve definite dalle equazioni (2) e (3);
8. test sulla convergenza della rotazione della fondazione (se non è verificata si torna al punto 3 della procedura);
9. controllo sulla capacità portante della fondazione (momento limite) e sui valori di rotazione ammissibili (se non sono soddisfatti, si torna al primo punto della procedura incrementando la larghezza della fondazione).

Fig. 10
Schema a blocchi
riassuntivo della procedura
DDBD + ISS.



La descrizione dettagliata della procedura, messa a punto per il caso di pile da ponte ma applicabile con lievi modifiche anche ad altri casi progettuali, viene descritta in Appendice con i riferimenti specifici alle formule per questa tipologia strutturale tratte dal testo di Priestley et al. (2007).

Effetto dello smorzamento

Per il calcolo dello smorzamento del sistema equivalente a 1 gdl, al punto 11 della procedura esposta in Appendice vengono considerate le due proposte di Priestley et al. (2007) e di Wolf (1985). La prima formulazione è basata su considerazioni di tipo energetico, in quanto lo smorzamento di ciascuna parte del sistema risulta proporzionale all'area racchiusa dai cicli di isteresi secondo le espressioni:

$$\xi_s = \frac{A_s}{2\pi V_b D_s}; \xi_f = \frac{A_f}{2\pi V_b D_f} \quad (7)$$

in cui il significato dei termini A_s , A_f e V_b è rappresentato in figura 11. In particolare A_s e A_f sono le aree all'interno dei cicli di isteresi di struttura e fondazione rispettivamente (vedi Fig. 11), e rappresentano l'energia assorbita per ciclo. Come mostrato in figura 11, l'area sottesa dai cicli di isteresi del sistema equivalente struttura-fondazione è costituita dalla somma delle aree dei due componenti; quindi lo smorzamento del sistema equivalente è fornito dalla seguente espressione:

$$\xi_{eq} = \frac{A_s + A_f}{2\pi V_b (D_s + D_f)} = \frac{\xi_s D_s + \xi_f D_f}{D_s + D_f} \quad (8)$$

La formulazione di Wolf (1985) è invece basata sulla scrittura delle equazioni del moto per il sistema accoppiato struttura-fondazione. L'espressione dello smorzamento del sistema equivalente è ottenuta analiticamente, ipotizzando condizioni di risonanza del sistema:

$$\xi_{eq} = \frac{K_{eq}}{K_s} \xi_s + \frac{K_{eq} (H + h_f / 2)^2}{K_f} \xi_f \quad (9)$$

Avendo ipotizzato che il sistema equivalente sia costituito da due elementi in serie, si può mostrare che le due formulazioni di Priestley et al. (2007) e di Wolf (1985) sono di fatto equivalenti. Infatti per un sistema in serie è possibile scrivere che:

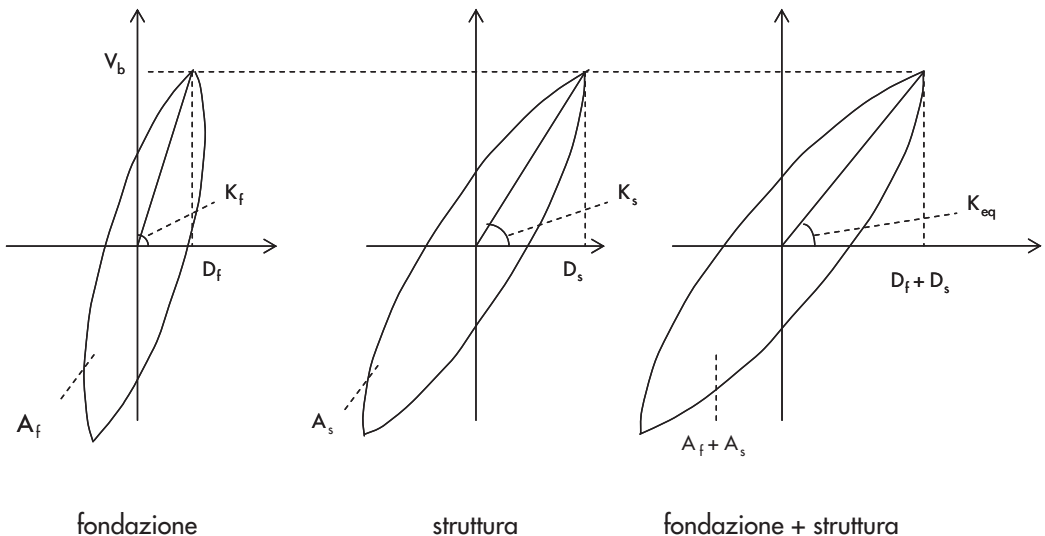
$$V_b = K_s D_s = \frac{K_f}{(H + h_f / 2)^2} D_f = K_{eq} (D_s + D_f) \quad (10)$$

da cui segue che

$$K_{eq} = \frac{K_s D_s}{(D_s + D_f)} = \frac{K_f D_f}{(D_s + D_f)(H + h_f / 2)^2} \quad (11)$$

Sostituendo l'espressione (11) di K_{eq} nell'equazione (9) si ottiene immediatamente la (8). Si fa notare che, secondo tale formula, gli smorzamenti delle due componenti del sistema non si combinano in maniera additiva, come intuitivamente si potrebbe pensare, ma la loro combinazione dipende dal rapporto D_f / D_s . Come valori rappresentativi, per $D_f / D_s \rightarrow 0$, ovvero per base rigida, $\xi_{eq} = \xi_s$; per $D_f / D_s \rightarrow \infty$, ovvero per base infinitamente cedevole,

Fig. 11
Contributi allo smorzamento per struttura e fondazione (adattato da Priestley et al., 2007).



$\xi_{eq} = \xi_f$; per $D_f / D_s \rightarrow 1$, ovvero per contributi equivalenti della fondazione e della struttura, $\xi_{eq} = (\xi_f + \xi_s) / 2$.

Si capisce quindi che, se lo smorzamento della fondazione assume un valore prossimo a quello dello smorzamento strutturale, lo smorzamento equivalente rimane pressoché invariato rispetto a quello che si avrebbe per un sistema a base incastrata, con la possibilità anche di diminuire rispetto a quest'ultimo, nel caso che l'interazione suolo-fondazione riduca la duttilità nella sovrastruttura.

Progetto agli spostamenti di pile da ponte con interazione terreno-struttura

Con riferimento alla tipologia strutturale di pile da ponte su fondazione superficiale, vengono ora presentati due esempi applicativi della procedura illustrata, riguardanti due pile circolari di altezza differente, predimensionate con DDBD nell'ipotesi di base incastrata (Restrepo, 2007). I dati relativi alle pile

sono riportati in Tabella 2. Si osserva che le differenze più significative tra le due strutture si riscontrano, oltre che in termini di altezza, in termini di periodo elastico di vibrazione e di rigidità (la pila P2 è notevolmente più flessibile di P1), mentre la massa supportata dalle due strutture è sostanzialmente simile. È altresì importante la differenza in termini di spostamento laterale allo snervamento D_y , da cui si evince che la pila P2 può subire distorsioni strutturali molto più ampie di P1 in campo elastico, prima di raggiungere il limite di snervamento. Si è ipotizzato che le pile siano poggianti su un terreno di natura non coesiva, le cui caratteristiche meccaniche, riportate in Tabella 2, sono rappresentative di depositi superficiali mediamente addensati. Si considera come azione sismica lo spettro di spostamento di progetto ottenuto dallo spettro di accelerazione dell'Eurocodice 8, Tipo 1, considerando accelerazione di picco su suolo rigido $a_g = 0.5g$, e suolo di categoria C.

Tabella 2 - dati delle pile da ponte considerate

	P1	P2
Struttura		
H [m]	10	30
M [t]	882	1025
D [m]	2	2.5
A [m ²]	3.14	4.91
I [m ⁴]	0.785	1.92
D_y [cm]	8.53	61.4
K_{gross} [kN/m]	70686	6392
T [s]	0.70	2.52
Suolo		
γ [kN/m ³]	19.6	19.6
ϕ [°]	32	32
G [MPa]	80	80
ν	0.3	0.3

I risultati dell'applicazione su entrambe le pile della procedura iterativa denominata DDBD + ISS sono riportati rispettivamente in Tabella 3 e Tabella 4, e vengono sintetizzati nella colonna di sinistra di figura 13. Ciascuna riga della tabella mostra in successione i risultati della procedura iterativa, in cui la larghezza della fondazione viene incrementata di 10 cm

ad ogni passo fino a che $M_f < M_{LIM}$. Confrontando l'iterazione finale con il risultato che si sarebbe ottenuto nell'ipotesi di base incastrata (riportato nell'ultima riga di ciascuna tabella, e in cui la larghezza B della fondazione viene determinata invertendo la formula per il calcolo di M_{LIM} , in modo tale che $M_{LIM} > M_f$), si possono fare le considerazioni seguenti.

Tabella 3 - risultati ottenuti con la procedura DBBD + ISS per la pila P1

B	FS	D _d	D _{c,5}	D _{c,5;seq}	D _s	D _f	D _f /D _s	D _{tot}	θ	μ	ξ _s	ξ _f	ξ _{seq}	T _s	T _f	T _{seq}	V _b	M _f	M _{lim}	K _{trattato} /K _{gross}
[m]	[-]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[-]	[cm]	[rad]	[-]	[%]	[%]	[%]	[s]	[s]	[s]	[kN]	[kNm]	[kNm]	[-]
6	3.81	30	85.73	43.05	22.77	7.23	0.32	30.00	0.00673	2.67	13.84	14.46	13.99	1.84	1.04	2.12	2334.21	25092.73	19022.68	0.39
6.1	3.99	30	85.73	43.60	23.08	6.92	0.30	30.00	0.00643	2.71	13.91	14.42	14.03	1.86	1.02	2.12	2328.56	25031.99	19599.91	0.39
6.2	4.17	30	85.73	43.97	23.32	6.69	0.29	30.00	0.00622	2.73	13.96	14.47	14.07	1.87	1.00	2.12	2321.68	24958.10	20168.34	0.38
6.3	4.36	30	85.73	44.22	23.49	6.51	0.28	30.00	0.00606	2.75	14.00	14.59	14.13	1.88	0.99	2.12	2314.13	24876.86	20728.66	0.38
6.4	4.55	30	85.73	44.55	23.69	6.31	0.27	30.00	0.00587	2.78	14.04	14.65	14.17	1.89	0.98	2.13	2307.83	24809.16	21281.54	0.38
6.5	4.74	30	85.73	45.12	24.02	5.98	0.25	30.00	0.00556	2.82	14.11	14.55	14.20	1.91	0.95	2.13	2303.74	24765.23	21827.58	0.38
6.6	4.94	30	85.73	45.52	24.26	5.74	0.24	30.00	0.00534	2.84	14.16	14.55	14.24	1.92	0.93	2.13	2298.40	24707.84	22367.31	0.38
6.7	5.15	30	85.73	45.82	24.45	5.55	0.23	30.00	0.00516	2.87	14.20	14.62	14.28	1.93	0.92	2.13	2292.45	24643.80	22901.25	0.38
6.8	5.36	30	85.73	46.03	24.60	5.40	0.22	30.00	0.00502	2.88	14.23	14.75	14.32	1.94	0.91	2.14	2286.10	24575.62	23429.86	0.38
6.9	5.57	30	85.73	46.29	24.76	5.24	0.21	30.00	0.00487	2.90	14.26	14.82	14.36	1.94	0.89	2.14	2281.01	24520.90	23953.57	0.38
ITERAZIONE FINALE (M_f < M_{lim})																				
7	5.79	30	85.73	46.47	24.89	5.11	0.21	30.00	0.00475	2.92	14.29	14.94	14.40	1.95	0.88	2.14	2275.53	24461.97	24472.79	0.38
BASE INCASTRATA																				
6.9	5.57	30	85.73	54.83	30.00	0.00	0.00	30.00	0.00000	3.52	0.00	0.00	15.11	0.00	0.00	2.19	2180.68	23442.36	23953.57	0.36

Tabella 4 - risultati ottenuti con la procedura DBBD + ISS per la pila P2

B	FS	D _d	D _{c,5}	D _{c,5;seq}	D _s	D _f	D _f /D _s	D _{tot}	θ	μ	ξ _s	ξ _f	ξ _{seq}	T _s	T _f	T _{seq}	V _b	M _f	M _{lim}	K _{trattato} /K _{gross}
[m]	[-]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[-]	[cm]	[rad]	[-]	[%]	[%]	[%]	[s]	[s]	[s]	[kN]	[kNm]	[kNm]	[-]
7	4.19	90	85.73	20.79	20.79	34.79	1.67	55.58	0.01131	0.34	5.00	20.42	14.65	2.45	3.16	4.00	1405.75	43226.86	34351.08	1.06
7.1	4.36	90	85.73	21.18	21.18	34.32	1.62	55.50	0.01116	0.34	5.00	20.69	14.70	2.47	3.15	4.00	1403.74	43165.01	35265.72	1.04
7.2	4.53	90	85.73	21.55	21.55	33.86	1.57	55.41	0.01101	0.35	5.00	20.97	14.76	2.49	3.13	4.00	1401.41	43093.28	36174.07	1.02
7.3	4.71	90	85.73	22.26	22.26	33.21	1.49	55.47	0.01080	0.36	5.00	21.23	14.72	2.53	3.10	4.00	1402.92	43139.83	37076.86	0.99
7.4	4.88	90	85.73	22.85	22.85	32.63	1.43	55.48	0.01061	0.37	5.00	21.52	14.71	2.57	3.07	4.00	1403.16	43147.09	37974.74	0.96
7.5	5.07	90	85.73	23.34	23.34	32.11	1.38	55.44	0.01044	0.38	5.00	21.81	14.74	2.60	3.04	4.00	1402.19	43117.27	38868.33	0.94
7.6	5.25	90	85.73	23.72	23.72	31.64	1.33	55.36	0.01029	0.39	5.00	22.12	14.79	2.62	3.02	4.00	1400.08	43052.56	39758.21	0.92
7.7	5.44	90	85.73	24.00	24.00	31.23	1.30	55.23	0.01016	0.39	5.00	22.44	14.86	2.64	3.01	4.00	1396.90	42954.69	40644.91	0.91
7.8	5.64	90	85.73	24.19	24.19	30.87	1.28	55.07	0.01004	0.39	5.00	22.78	14.97	2.65	3.00	4.00	1392.69	42825.23	41528.96	0.90
7.9	5.84	90	85.73	24.48	24.48	30.50	1.25	54.98	0.00992	0.40	5.00	23.06	15.02	2.67	2.98	4.00	1390.47	42756.92	42410.81	0.89
ITERAZIONE FINALE (M_f < M_{lim})																				
8	6.04	90	85.73	24.84	24.84	30.13	1.21	54.97	0.00980	0.40	5.00	23.30	15.03	2.69	2.96	4.00	1390.13	42746.44	43290.93	0.88
BASE INCASTRATA																				
9.7	10.06	90	85.73	73.98	73.98	0.00	0.00	73.98	0	1.20	0.00	0.00	7.40	0.00	0.00	4	1871.02	57650.77	58317.37	0.48

Pila P1

Per la pila più bassa P1 gli effetti dell'interazione terreno-struttura risultano limitati: lo spostamento laterale dovuto alla rotazione della fondazione (D_f) è pari infatti a circa il 20% dello spostamento dovuto alla distorsione strutturale (D_s), mentre la duttilità strutturale viene ridotta rispetto al caso di base incastrata da 3.5 a 3. È anche interessante notare che il taglio alla base risulta di poco superiore rispetto al caso di base fissa, in quanto lo smorzamento equivalente del sistema con interazione ($\xi_{eq} = 14.4\%$) è inferiore a quello del sistema a base fissa ($\xi_s = 15.11\%$), a causa del ridotto contributo dello smorzamento della fondazione, come sottolineato nel paragrafo precedente. Nel dimensionamento della fondazione non vi sono quindi significative differenze tra sistema con interazione e struttura a base incastrata, tanto che la larghezza passa da 7 m a 6.9 m nei due casi con e senza interazione. Anche per quanto riguarda il dimensionamento dell'armatura della pila non vi sono differenze significative nei due casi: il quantitativo di armatura è infatti legato al rapporto tra la rigidezza elastica della sezione di calcestruzzo fessurata $K_{cracked}$ e la rigidezza elastica della sezione integra K_{gross} . Tale rapporto rimane sostanzialmente invariato passando da sistema a base fissa a sistema con interazione.

Pila P2

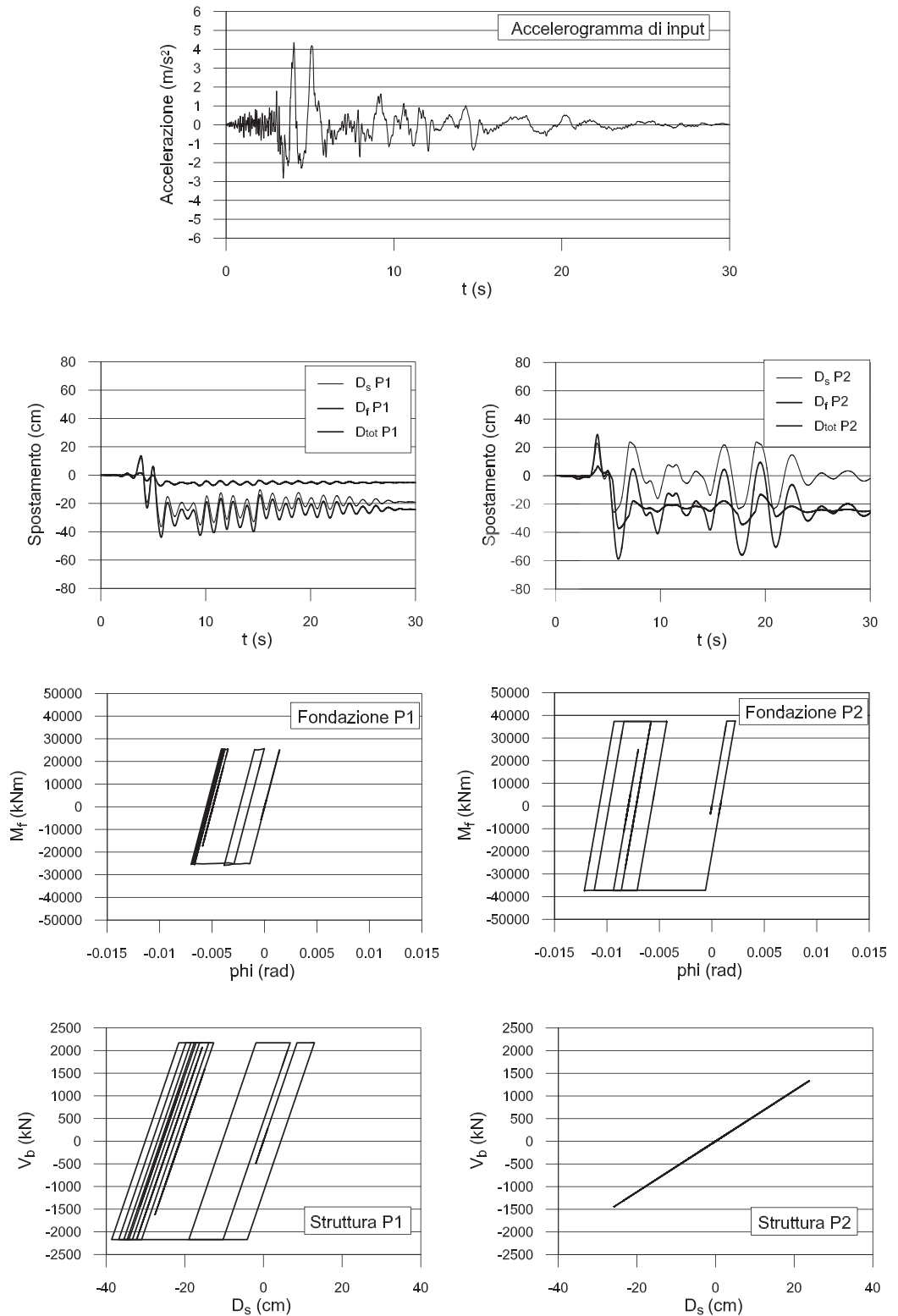
Per la pila P2 gli effetti dovuti all'interazione terreno-struttura risultano invece molto più consistenti. Lo spostamento dovuto alla rotazione della fondazione è infatti superiore rispetto a quello legato alla distorsione strutturale, e la riduzione di quest'ultima è tale da far rimanere la struttura in campo elastico; in questo caso dunque la fondazione si comporta come un isolatore per la sovrastruttura. Ciò è testimoniato anche dall'elevato smorzamento apportato dalla fondazione, superiore al 20%, che determina un raddoppio dello smorzamento del sistema equivalente rispetto a quello che si avrebbe per il sistema a base fissa. Inoltre il taglio alla base viene ridotto di circa il 25% rispetto al sistema a base incastrata. La diretta conseguenza di tale riduzione è che la fondazione del sistema con interazione viene dimensionata con una larghezza 1.7m inferiore rispetto a quella della struttura a base fissa. Anche il dimensionamento dell'armatura della pila varia in modo significativo passando da sistema a base inca-

strata a sistema con interazione, in quanto il rapporto $K_{cracked}/K_{gross}$ cresce da 0.48 a 0.88: ciò implica un incremento della percentuale di armatura nel dimensionamento della pila. Infine sono da sottolineare gli effetti dell'interazione sugli spostamenti assoluti: per il sistema a base incastrata è previsto uno spostamento laterale totale, coincidente con la distorsione strutturale, pari a 74 cm; l'interazione suolo-fondazione riduce questo valore a 55 cm, di cui 30 cm dovuti alla sola rotazione della fondazione, e 25 cm alla distorsione strutturale. L'effetto dell'interazione riduce pertanto la distorsione strutturale della pila a circa un terzo di quella che si avrebbe considerando il sistema a base incastrata.

Validazione dei risultati mediante analisi dinamiche

Per validare i risultati ottenuti attraverso l'applicazione della procedura di tipo pseudo-statico ora illustrata, sono state effettuate delle analisi dinamiche sulle medesime pile, facendo uso di un codice di calcolo in cui la struttura viene rappresentata da un oscillatore elastico perfettamente plastico ad un grado di libertà, e il comportamento del sistema suolo fondazione viene descritto attraverso un macroelemento a tre gradi di libertà. A questo scopo si è fatto uso del macroelemento proposto da Paolucci (1997), caratterizzato da una risposta elastica perfettamente plastica. Come input sismico sono stati considerati 7 accelerogrammi compatibili con lo spettro di spostamento Eurocodice 8 considerato in precedenza per il dimensionamento delle pile (Sullivan, 2007). In figura 12 vengono riportati i risultati dell'analisi dinamica delle due pile condotta con uno degli accelerogrammi considerati. È evidente la differenza di risposta alla medesima sollecitazione: mentre per la pila P1 è prevalente la plasticizzazione a livello strutturale, per la pila P2 accade l'opposto, e la plasticizzazione prevalente avviene sotto la fondazione, con la struttura che rimane in campo elastico. Tale comportamento si può spiegare osservando i diversi livelli di taglio alla base e momento applicato alla fondazione: a causa della differenza di altezza tra le due pile (altezza di P1 \ll altezza di P2) che determina una elevata differenza di periodo proprio e quindi di massima accelerazione "sentita" dal sistema elastico (accelerazione massima P2 \ll accelerazione massima P1), si verifica che il taglio alla base di P1 è superiore a quello di P2, mentre il momento applicato

Fig. 12
Esempio di risultati di un'analisi dinamica (a sinistra pila P1, a destra pila P2).



alla fondazione di P2 è superiore a quello di P1. Supponendo quindi valida l'ipotesi semplificativa di comportamento elastico perfettamente plastico sia della pila che della fondazione, accade che, nel momento in cui una delle due parti raggiunge lo snervamento, essa tende ad isolare l'altra parte di sistema, e a funzionare come unica fonte di dissipazione

energetica e di accumulazione di spostamenti-rotazioni permanenti. In proposito si osserva che, sottoposte alla sollecitazione in esame, entrambe le pile accumulerebbero uno spostamento laterale permanente attorno ai 25 cm, per la pila P1 dovuto quasi esclusivamente alla distorsione strutturale, per la pila P2 alla rotazione permanente della fonda-

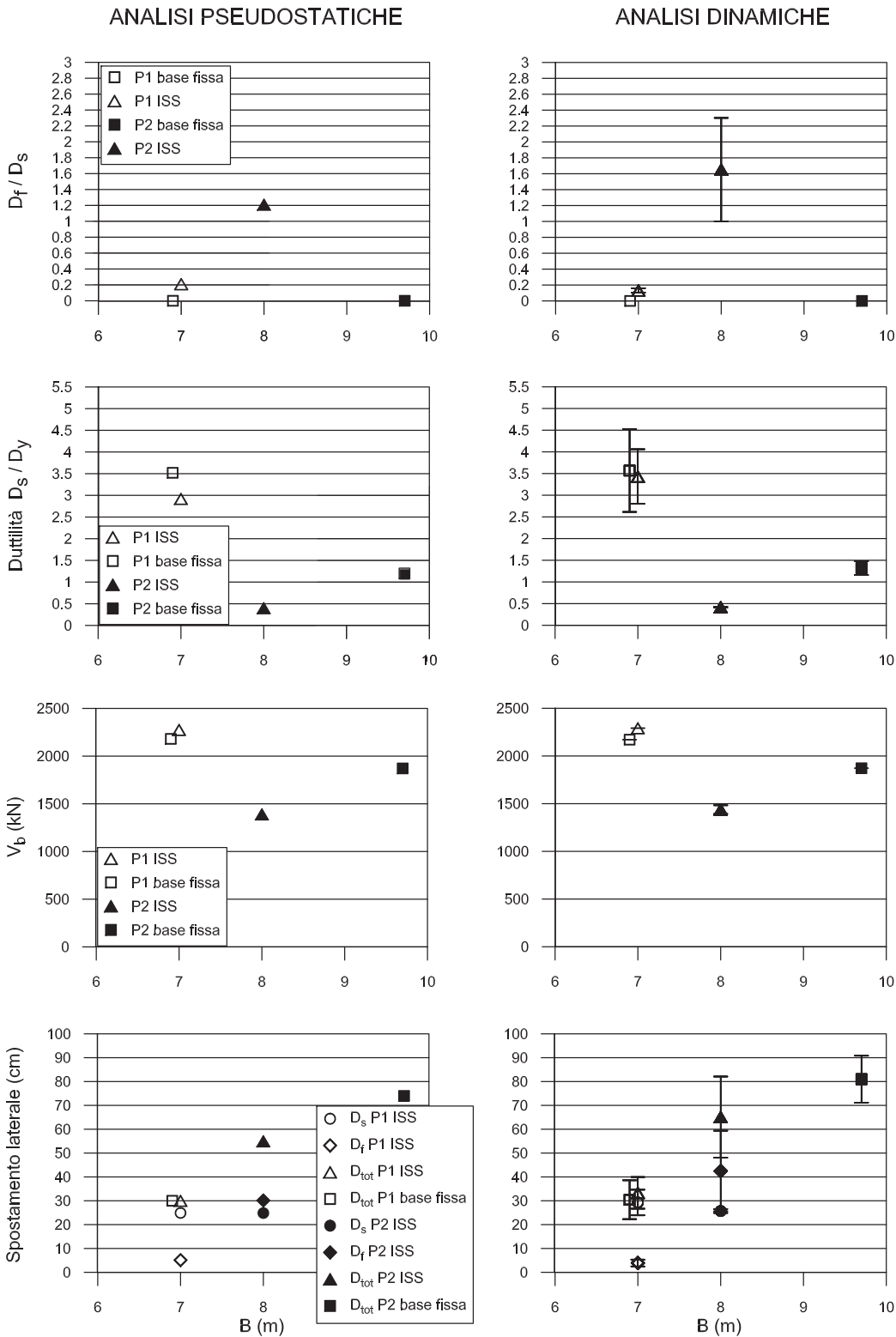


Fig. 13
Confronto tra i risultati delle analisi pseudostatiche (colonna di sinistra) e dinamiche (colonna di destra), sono indicati i valori medi e le deviazioni standard) condotte sulle pile P1 e P2.

zione, pari a circa 0.008 radianti. Nella colonna di destra di figura 13 sono mostrate le medie e gli scarti dei risultati di tutte le analisi dinamiche effettuate su entrambe le pile. Esse confermano con buona approssimazione i risultati ottenuti attraverso la procedura pseudostatica (colonna di sinistra di Fig. 13), nonostante i livelli di scarto relativamente ampi

che si registrano in corrispondenza della stima degli spostamenti-rotazioni in campo plastico.

Effetti dell'interazione terreno-struttura in campo lineare e nonlineare

Si è voluto infine studiare l'entità degli effetti dell'interazione terreno-struttura considerando le tre ipotesi riguardo il comportamento della fon-

dazione, ovvero (i) base fissa, (ii) base cedevole lineare, (iii) base cedevole nonlineare. Il confronto tra i diversi casi, facendo riferimento sia al caso pseudo-statico che a quello dinamico è riportato in Tabella 5. Per rendere significativo il

confronto, nei due casi di fondazione cedevole si è deciso di utilizzare la stessa fondazione: in particolare si è fatto riferimento alle dimensioni ottenute applicando la procedura DDBD+ISS al caso di base cedevole non lineare.

Tabella 5 - confronto numerico tra analisi pseudo statiche e dinamiche, considerando tre diversi tipi di condizione alla base

	P1 analisi pseudostatiche							P1 analisi dinamiche					
	B[m]	D _s [cm]	D _f [cm]	D _{tot} [cm]	D _f /D _s [-]	μ[-]	V _b [kN]	D _s [cm]	D _f [cm]	D _{tot} [cm]	D _f /D _s [-]	μ[-]	V _b [kN]
Base fissa	6.9	30.00	0.00	30.00	0.00	3.52	2180.7	30.4 ±8.1	0	30.4 ±8.1	0	3.57± 0.95	2171
ISS lineare	7	28.5	1.5	30.00	0.05	3.35	2284.4	31.5 ±6.5	1.82 ±0.07	32.9 ±6.5	0.06± 0.01	3.69± 0.76	2285.6
ISS non lineare	7	24.89	5.11	30.00	0.21	2.92	2275.5	29.3 ±5.4	3.92 ±1.44	33.3 ±6.6	0.13± 0.03	3.43± 0.63	2291.7
	P2 analisi pseudostatiche							P2 analisi dinamiche					
	B[m]	D _s [cm]	D _f [cm]	D _{tot} [cm]	D _f /D _s [-]	μ[-]	V _b [kN]	D _s [cm]	D _f [cm]	D _{tot} [cm]	D _f /D _s [-]	μ[-]	V _b [kN]
Base fissa	9.7	73.98	0	73.98	0	1.2	1871	81± 9.8	0	81± 9.8	0	1.32± 0.16	1871.5
ISS lineare	8	67.3	8.05	75.35	0.12	1.09	2241.6	75.9 ±7.5	8.2± 0.19	82.7 ±7.5	0.11± 0.01	1.22± 0.12	2236.4
ISS non lineare	8	24.84	30.13	54.97	1.21	0.40	1390.1	25.7 ±0.81	42.5 ±16.9	65± 17	1.65± 0.65	0.42± 0.01	1438 ±45.5

Oltre ad osservare un ottimo accordo tra analisi statiche e dinamiche, l'aspetto più rilevante che emerge è la differenza tra i risultati ottenuti considerando una interazione terreno-struttura di tipo lineare piuttosto che non lineare, soprattutto nel caso della pila più alta P2. In tal caso, considerando l'interazione lineare, si ottiene una modesta riduzione della domanda di duttilità strutturale, che rimane superiore all'unità. Allo stesso tempo l'interazione terreno-struttura non fornisce contributo allo smorzamento complessivo del sistema; quest'ultimo risulta inferiore rispetto al caso a base fissa, in quanto la riduzione della duttilità comporta una riduzione dello smorzamento strutturale (direttamente dipendente dalla duttilità strutturale). La conseguenza di questo fenomeno è un aumento importante del taglio alla base rispetto al caso di base incastrata.

Opposto è invece il comportamento che si registra considerando un'interazione non-lineare suolo-fondazione-struttura: il contributo allo spostamento totale del sistema in termini di rotazione della fondazione è superiore a quello fornito dalla distorsione strutturale; la struttura rimane quindi in campo

lineare, mentre la fondazione si comporta come un dissipatore di energia, apportando il contributo preponderante allo smorzamento del sistema (vedi valori riportati in Tabella 4). In questo caso il taglio alla base diminuisce considerevolmente sia rispetto al caso di base fissa, che soprattutto rispetto al caso di interazione lineare. Va sottolineato che, se si fosse tenuto conto dell'ipotesi di linearità del terreno nel dimensionamento della fondazione, si sarebbe dovuta aumentare la sua larghezza B rispetto al caso di interazione non lineare per poter soddisfare la condizione sul momento limite, a causa dell'aumento del momento applicato alla fondazione conseguente all'incremento del taglio alla base.

Considerazioni conclusive sui casi analizzati

I due esempi di calcolo proposti sono rappresentativi di una tendenza di carattere più generale, confermata anche da altre analisi condotte su pile da ponte. L'interazione non lineare con la fondazione risulta rilevante per strutture alte e flessibili: la flessibilità comporta infatti che il taglio alla base prodotto dall'azione sismica sia relativamente ridotto, mentre l'altezza della struttura implica che il momento

agente sulla fondazione sia elevato. In tal caso il meccanismo di plasticizzazione si produce nel terreno sottostante la fondazione, contribuendo alla dissipazione di energia e all'isolamento della sovrastruttura, che di fatto rimane in campo elastico. Per strutture più tozze e rigide invece, caratterizzate da elevati livelli di duttilità, l'interazione gioca un ruolo minore, in quanto provvede solo ad una parziale riduzione delle deformazioni plastiche, ovvero della duttilità, nella sovrastruttura.

Si fa notare che tali effetti tendono ad essere opposti rispetto a quanto ci si attenderebbe se si considerasse una interazione suolo-struttura lineare applicata ad una struttura anch'essa con comportamento elastico lineare. Si può giustificare questa considerazione ipotizzando che il sistema equivalente a 1 gdl sia costituito da due elementi in serie. È possibile allora scrivere la forza di taglio alla base come:

$$V_b = K_s D_s = \frac{K_I}{H^2} D_f,$$

da cui segue immediatamente che,

$$\frac{K_s H^2}{K_f} = \frac{D_f}{D_s},$$

da cui si deduce il ben noto risultato che l'effetto dell'interazione in campo lineare aumenta al crescere del rapporto tra rigidità strutturale e fondazionale.

Si fa infine presente che i valori di rotazione della fondazione cui si è fatto riferimento nel testo e che sono riportati nelle Tabelle 3 e 4 sono i valori massimi e non quelli di rotazione permanente. Il campo di valori osservati è compreso tra 0.004 e 0.01 radianti. Si

riporta, come riferimento per la definizione dei valori massimi di rotazione ammissibili per una fondazione durante terremoti, quello delle norme giapponesi per il progetto di fondazioni di ponti autostradali (PWRI, 2003), per le quali un angolo di rotazione della fondazione di 0.02 radianti è ritenuto accettabile. La soglia del PWRI è stata fissata sulla base dei riscontri successivi al terremoto di Kobe, quando, sulla base di considerazioni su tempi e costi di riparazione, soltanto le pile con inclinazione residua inferiore a 0.02 rad (circa 1°) erano state riparate (M. Shirato, PWRI, comunicazione personale). Si nota incidentalmente che la stessa soglia venne anche usata nella città di Adapazari in Turchia, dopo il terremoto dell'agosto 1999, per selezionare, tra gli edifici che subirono cedimenti fondazionali, quelli riparabili (M. T. Yilmaz, comunicazione personale).

Si nota infine che, mentre la procedura delineata si riferisce ai valori massimi di rotazione della fondazione, risulta invece difficilmente quantificabile da una procedura di tipo pseudostatico il valore di rotazione residuo, almeno sulla base degli sviluppi finora compiuti. Non viene infatti preso in considerazione l'effetto di sollevamento e distacco (uplift) della fondazione dal terreno durante lo scuotimento sismico. Il punto debole della procedura è pertanto legato alla difficoltà di dare previsioni affidabili in questi termini, fornendo allo stesso tempo previsioni sui livelli di danneggiamento. La messa a punto di modelli costitutivi via via più affidabili, e la disponibilità di nuovi dati sperimentali potranno in un prossimo futuro sopperire a questo limite.

5. Conclusioni

L'utilizzo di approcci prestazionali nell'ingegneria sismica si scontra ancor'oggi, per ciò che concerne il comportamento dinamico delle fondazioni e l'interazione non-lineare con la sovrastruttura, da un lato con un'oggettiva penuria di dati sperimentali e dall'altro con la difficoltà ad avere a disposizione codici di calcolo affidabili e ben calibrati.

A partire da alcuni metodi numerici e risultati sperimentali disponibili, questo articolo si è proposto lo scopo di fornire una procedura operativa per tenere conto dell'interazione non-lineare terreno-fondazione superficiale-struttura nell'ambito dell'approccio di progettazione sismica agli spostamenti (DDBD). Quest'ultimo

infatti, essendo basato sulla schematizzazione della struttura mediante un oscillatore a 1 gdl con periodo e smorzamento equivalenti, si presta naturalmente ad incorporare anche gli effetti dell'interazione con la fondazione.

Pur considerando i rilevanti progressi compiuti, specialmente se si considera la novità della procedura proposta, rimangono ancora diversi punti da sviluppare, in particolare:

- l'applicazione ad altre tipologie strutturali, in particolare strutture prefabbricate con plinti a bicchiere;
- il controllo in termini di rotazione permanente della fondazione al termine dell'ecitazione sismica;
- l'estensione al caso di fondazioni pro-

- fonde degli abachi di risposta non-lineare, proposti in questo articolo per il solo caso di fondazioni superficiali;
- l'implementazione dei modelli non-lineari di macro-elemento terreno-fondazione presi in considerazione all'interno di codici di calcolo agli elementi finiti, in modo da verificare la procedura proposta ed i risultati anche per strutture più com-

plesse (strutture a più gradi di libertà, strutture su appoggio multiplo, etc.);

- analisi parametriche che chiariscano le condizioni nelle quali l'interazione non-lineare terreno-struttura possa giocare un ruolo determinante nella risposta strutturale;
- confronto dei risultati con le indicazioni normative relative a ponti e strutture prefabbricate.

Bibliografia

- ATC-40 (1996), Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings. Chapter 10: Foundation effects, Technical Rep. SSC 96-01, Seismic Safety Commission, State of California.
- Butterfield R., Gottardi G. (1994), A complete three-dimensional failure envelope for shallow footings on sand, *Geotechnique*, 44: 181-184.
- Calveti F., Di Prisco C., Nova R. (2004), Experimental and numerical analysis of pipeline-landslide interaction, *J. Geotech. and Geoenv. Eng. ASCE*, 12: 1292-1299.
- Chang B., Raychowdhury P., Hutchinson T., Thomas J., Gajan S., Kutter B. (2007), Evaluation of the seismic performance of combined frame-wall-foundation structural systems through centrifuge testing. 4th International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, Thessaloniki, Greece, June 25-28.
- Chatzigogos C.T. (2007), Comportement sismique des fondations superficielle: vers la prise en compte d'un critère de performance dans la conception, PhD Thesis, Ecole Polytechnique, Paliseau, France
- Cremer C., Pecker A., Davenne L. (2001), Cyclic macro-element for soil-structure interaction: material and geometrical non-linearities. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 25: 1257-1284.
- Cremer C., Pecker A., Davenne L. (2002), Modelling of non-linear dynamic behaviour of a strip foundation with macro-element. *Journal of Earthquake Engineering*, 6: 175-212.
- Di Prisco C., Nova R., Lanier J. (1993), A mixed Isotropic-kinematic hardening constitutive law for sand, *Modern Approaches to Plasticity*, D. Kolymbas ed., Elsevier App. Sc.: 83-124.
- Di Prisco C., Fornari B., Nova R., Perdetti S. (1998), A constitutive model for cyclically loaded shallow foundations, *Proc. Euromech Coll. Inelastic Analysis of Structures under Variable Loads*: 107-111
- Di Prisco C., Nova R., and Sibilìa A. (2002), Analysis of soil-structure interaction of towers under cyclic loading, *Proc. NUMOG 8*, Rome, G.N. Pande & S. Pietruszczak eds., Balkema, 637-642.
- Di Prisco C., Montanelli F., Caloni G., Savoldi A. (2003a), Shallow foundations on geo-reinforced sand layers: experimental results and theoretical observations, *Proc. Int. Symp. On Shallow Foundations FONDSUP*, Paris 5-7 November 2003, Magnan & Droniuc eds., 1: 185-192.
- Di Prisco C., Nova R., and Sibilìa A. (2003b), Shallow footings under cyclic loading: experimental behaviour and constitutive modeling, in: *Geotechnical analysis of seismic vulnerability of historical monuments*. M. Maugeri & R. Nova editors, Pàtron, Bologna.
- Di Prisco C., Nova R., Perotti F., and Sibilìa A. (2003c), Analysis of soil-foundation interaction of tower structures under cyclic loading, in: *Geotechnical analysis of seismic vulnerability of historical monuments*. M. Maugeri & R. Nova editors, Pàtron, Bologna.
- Di Prisco C., Nova R., Corengia A. (2004), A model for landslide-pipe interaction analysis, *Soils and Foundations*, 44: 1-12.
- Faccioli E., Paolucci R., Vanini M. (1998), 3D Site Effects and Soil-Foundation Interaction in Earthquake and Vibration Risk Evaluation, Rapporto finale del progetto europeo TRISEE.
- FEAT (2004). Tochnog Professional User's Manual, Finite Element Application Technology.
- Federal Emergency Management Agency NEHRP (1997), Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings, FEMA-273.
- Gajan S., Kutter B., Phalen J., Hutchinson T.C., and Martin G.R. (2005), Centrifuge modeling of load-deformation behaviour of rocking shallow foundations, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 25:773-783.
- Gajan S., Kutter B. (2007), A contact interface model for nonlinear cyclic moment-rotation behavior of shallow foundations. 4th International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, Thessaloniki, Greece, June 25-28.
- Gazetas G. (1991), Foundation vibrations, Chapter 15 (2nd edition). In *Foundation Engineering Handbook*, Fang H-Y (ed.). Van Nostrand, Reinhold: New York, 553-593.
- Gazetas G., Anastasopoulos I., Apostolou M. (2007), Shallow and deep foundations under fault rupture or strong seismic shaking. 4th International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, Thessaloniki, Greece, June 25-28.
- Georgiadis M. and Butterfield R. (1988), Displacements of footings on sand under eccentric and inclined loads. *Can. Geotech. J.*, 25:192-212.
- Grange S., Kotronis P. and Mazars J. (2007), 3D Macro element for soil structure interaction. 4th International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, Thessaloniki, Greece, June 25-28.
- Grange S. (2008), Modélisation simplifiée 3D de l'interaction sol-structure: application au génie parasismique. PhD Thesis Institut Polytechnique de Grenoble.

- Le Pape Y., and Sieffert J.P. (2001), Application of thermodynamics to the global modelling of shallow foundations on frictional material, *Int. J. for Num. and Anal. Meth. in Geomechanics*, 25:1377-1408.
- Martin G.R., Lam I.P. (2000), Earthquake resistant design of foundations - Retrofit of existing foundations. *Proc. GeoEng2000*, Melbourne.
- Nova R. and Montrasio L. (1991), Settlement of shallow foundations on sand, *Geotechnique*, 41(2): 243-256.
- Nova R., and Montrasio L. (1997), Settlements of shallow foundations on sand: geometrical effects, *Geotechnique*, 47(1):46-60.
- Paolucci R. (1997), Simplified evaluation of earthquake induced permanent displacements of shallow foundations, *Journal of Earthquake Engineering*, 1:563-579.
- Paolucci R., and Pecker A. (1997), Seismic bearing capacity of shallow strip foundations on dry soils, *Soils and Foundations*, 37:95-105.
- Paolucci R., Shirato M., Yilmaz M.T. (2008), Seismic behaviour of shallow foundations: shaking table experiments vs. Numerical modelling. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 37: 577-595
- Paolucci R., Di Prisco C., Vecchiotti M., Shirato M., and Yilmaz M. (2007), Seismic behaviour of shallow foundations: large scale experiments vs. numerical modelling and implications for performance based design, 1st USItaly Sesimic Bridge workshop, Eucentre, Pavia.
- Pecker, A. (2006), Enhanced seismic design of shallow foundations: example of the Rion Antirion bridge, 4th Athenian Lecture on Geotechnical Engineering, Athens, Greece.
- Pedretti S. (1998), Non-linear soil-foundation interaction: analysis and modelling methods. PhD Thesis, Politecnico di Milano.
- Pender M. (2007), Seismic design and performance of surface foundations. 4th International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, Thessaloniki, Greece, June 25-28.
- Perzyna P. (1963), The constitutive equations for rate sensitive plastic materials, *Quart. Appl. Math.* 20:-332
- Priestley M.J.N., Calvi G.M., Kowalski M.J. (2007), *Displacement Based Seismic Design of Structures*, IUSS press, Pavia.
- Public Work Research Institute (2003), *Design of Highway Bridge Foundations in Japan*, Technical Memorandum from the Foundation Engineering Research Team, PWRI, No. 01-2003.
- Public Work Research Institute (2005), *Experimental study on the residual displacements of shallow foundations*, Technical Note, Tsukuba, Japan.
- Restrepo J.C.O. (2007), *Displacement-based design of continuous concrete bridges under transverse seismic excitation*. Master's thesis, European School for the Reduction of Seismic Risk, Pavia.
- Shirato M., Nakatani S., Fukui J., and Paolucci R. (2007), Large-scale model tests on shallow foundations subjected to earthquake loads, *Proc. 2nd Japan-Greece Workshop on Seismic design, observation and retrofit of foundations*, 3-4 April 2007, Tokyo.
- Shirato M., Kuono T., Asai R., Nakatani S., Fukui J., Paolucci R. (2008a), Large-scale experiments on nonlinear behavior of shallow foundations subjected to strong earthquakes. *Soils and foundations*, 48 (5): 673-692.
- Shirato M., Paolucci R., Kuono R., Nakatani S., Fukui J., Nova R., Di Prisco C. (2008b), Numerical simulation of model tests of pier-shallow foundation systems subjected to earthquake loads using an elasto-uplift-plastic macro element, *Soils and foundations*, 48 (5): 693-711.
- Sieffert J.G., and Cevaer F. (1991), *Handbook of impedance functions*, Quest Editions, Presses Academiques, Nantes, France.
- Sullivan T. (2007), *Comunicazione personale*.
- Ugalde J., Kutter B., Jeremic B., Gajan S. (2007), Centrifuge modelling of rocking behaviour of bridges on shallow foundations. 4th International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, Thessaloniki, Greece, June 25-28.
- Wolf J.P. (1985), *Dynamic Soil-Structure Interaction*, Prentice Hall, Englewood Cliffs N.J., U.S.
- Zeng X., and Steedman R.S. (1998), Bearing capacity failure of shallow foundations in earthquakes, *Géotechnique*, 48:235-256.

Appendice

Notazione

- H = altezza dell'oscillatore equivalente a 1 gdl
- M = massa dell'oscillatore equivalente a 1gdl
- B = larghezza della fondazione
- L = lunghezza della fondazione
- h_f = altezza della fondazione
- N_{MAX} = capacità portante della fondazione
- M_{LIM} = momento limite applicabile alla fondazione
- ε_y = deformazione dell'acciaio allo snervamento
- ϕ_y = curvatura della pila allo snervamento ($\phi_y = 2.25 \varepsilon_y/D$ per sezioni circolari di diametro D, $\phi_y = 2.10 \varepsilon_y/h_c$ per sezioni rettangolari di profondità h_c , cf. eq. (3.6) da Priestley et al., 2007)
- D_y = spostamento laterale in testa pila allo snervamento ($D_y = \phi_y H^2/3$ per pile libere in testa, $D_y = \phi_y H^2/6$ per pile incastrate in testa, cf. eq. (3.7) da Priestley et al., 2007)
- K_{gross} = rigidezza della pila integra ($K_{gross} = 3EI/H^3$ per pile libere in testa, $K_{gross} = 12EI/H^3$ per pile incastrate in testa)
- D_d = spostamento laterale di progetto in testa pila
- D_s = spostamento laterale dovuto alla distorsione strutturale
- D_f = spostamento laterale dovuto alla rotazione della fondazione
- S_a = accelerazione spettrale
- S_d = spostamento spettrale
- T_C = 0.4s = periodo di inizio del terzo ramo dello spettro elastico di progetto di accelerazione
- T_D = 4s = periodo di inizio del quarto ramo dello spettro elastico di progetto di accelerazione (2s per EC8)
- T_{CO} = 4s = periodo d'angolo dello spettro di progetto di spostamento (2s per EC8)
- α_g = accelerazione di picco del terreno
- S = fattore di suolo (= 1 per sito roccioso)
- η = fattore di smorzamento (= 1 per smorza-

mento del 5%)

$$D_{c,5} = 2.5\alpha_y S\eta \left(\frac{T_c T_D}{T_{CO}^2} \right) \left(\frac{T_{CO}}{2\pi} \right)^2$$

spostamento spettrale in corrispondenza del periodo d'angolo T_{CO} per 5% di smorzamento

- μ = duttilità
- ξ_s = smorzamento strutturale
- K_s = rigidezza strutturale
- $D_{c,\xi}$ = spostamento spettrale al periodo d'angolo T_{CO} per smorzamento pari a ξ_s
- T_e = periodo di vibrazione equivalente per l'oscillatore elasto-plastico a base incastrata
- K_e = rigidezza equivalente per l'oscillatore elasto-plastico a base incastrata
- V_b = taglio alla base della pila
- $K_{cracked}$ = rigidezza elastica della sezione di calcestruzzo fessurata ($K_{cracked} = V_b/D_y$ se $D_y < D_s$, $K_{cracked} = V_b/D_s$ se $D_y > D_s$)
- M_f = momento agente sulla fondazione
- θ = rotazione della fondazione
- K_f = rigidezza rotazionale del terreno
- $K_{f,0}$ = rigidezza rotazionale iniziale del terreno (determinata con le formule di Gazetas, 1991)
- ξ_f = smorzamento rotazionale del terreno
- ξ_{eq} = smorzamento per il sistema equivalente a 1 gdl terreno-fondazione-sovrastuttura
- T_{eq} = periodo di vibrazione per il sistema equivalente a 1 gdl terreno-fondazione-sovrastuttura
- K_{eq} = rigidezza per il sistema equivalente a 1 gdl terreno-fondazione-sovrastuttura

Procedura DDBD con interazione terreno-struttura applicata a pile da ponte

1. Assegnazione della geometria iniziale per la fondazione: Larghezza B, lunghezza L, altezza h_f .
2. Valutazione della capacità portante della fondazione N_{MAX} e del suo fattore di sicurezza statico FS in condizioni di carico verticale e centrato (formulazione EC7)
3. Calcolo del valore iniziale della rigidezza rotazionale della fondazione $K_{f,0}$ (impedenza rotazionale), attraverso le formule proposte da Gazetas (1991)
4. Calibrazione delle curve di decadimento della rigidezza rotazionale e di variazione dello smorzamento in funzione della densità relativa, di FS e di $K_{f,0}$ (cf. Eq. (2) e (3) e Tabella 1)
5. Calcolo del momento limite applicabile alla fondazione M_{LIM} , attraverso la formulazione di Nova e Montrasio (1991):

Luogo di rottura per carichi inclinati ed eccentrici (cf. Eq. (6) da Nova e Montrasio (1991)):

$$\left(\frac{V_b}{\mu N_{MAX}} \right)^2 + \left(\frac{M_f}{\psi B N_{MAX}} \right)^2 + \left(\frac{N}{N_{MAX}} \right)^2 \left(1 - \frac{N}{N_{MAX}} \right)^{2\beta} = 0$$

dove

$$\mu = \text{tg} \left(\frac{2}{3} \phi \right) + 0.72 \frac{h_f}{B}$$

è il coefficiente di attrito suolo-fondazione

$$\psi = 0.35 + 0.3 \frac{h_f}{B}$$

è un parametro costitutivo adimensionale

$\beta=0.95$ è un parametro che controlla la posizione del carico orizzontale massimo

Essendo $M_f = V_b(H+h_f/2)$, si può calcolare il valore di carico orizzontale limite come:

$$V_{b, LIM} = \frac{N^2 \left(1 - \frac{N}{N_{MAX}} \right)^{2\beta}}{\sqrt{\left(\frac{1}{\mu} \right)^2 + \left(\frac{H + h_f / 2}{\psi B} \right)^2}}$$

e quindi si ottiene $M_{LIM} = V_{b, LIM} (H+h_f/2)$

6. Definizione dello spostamento di progetto:
 $D_d = 0.03H$ (limite di drift imposto per assicurare un livello di danno accettabile nella struttura; dipende dalla tipologia strutturale considerata. Nel caso presente si fa riferimento alla pila da ponte (cf. Priestley et al. (2007), Sezione 3.3)
7. Calcolo dello spostamento laterale dovuto alla distorsione strutturale:
 $D_s = D_d - D_f$ (alla prima iterazione $D_f = 0$)
8. Calcolo della duttilità strutturale:
 $\mu = D_s / D_y$
9. Calcolo delllo smorzamento strutturale:
 $\xi_s = 0.05 + 0.444 \frac{\mu - 1}{\pi \mu}$
 (formula empirica dipendente dalla tipologia strutturale; in questo caso si fa riferimento alle pile da ponte (cf. Eq. (3.17a) da Priestley et al., 2007))
10. Calcolo della rigidezza strutturale equivalente (cf. Eq. 3.56 da Wolf, 1985) :
 $K_s = \frac{K_{eq} K_f / (H + h_f / 2)^2}{K_f / (H + h_f / 2)^2 - K_{eq}}$
 (alla prima iterazione questo punto viene saltato)
11. Calcolo dello smorzamento equivalente dell'intero sistema (cf. Eq. (3.40c) da Priestley et al. (2007), ed Eq. 3.61 da Wolf, 1985):
 $\xi_{eq} = \frac{\xi_s D_s + \xi_f D_f}{D_s + D_f} = \frac{K_{eq} \xi_s}{K_s} + \frac{K_{eq} (H + h_f / 2)^2}{K_f} \xi_f$
 (alla prima iterazione $\xi_{eq} = \xi_s$)
12. Calcolo dello spostamento spettrale al periodo d'angolo T_{CO} per smorzamento ξ_{eq} , scalato rispetto allo spostamento in ingresso dal fattore K_{eq} / K_s (cf. eq. 3.62 da Wolf, 1985)
 $D_{c,\xi_{eq}} = D_{c,5} \left(\frac{0.07}{0.02 + \xi_{eq}} \right)^{0.5} \frac{K_{eq}}{K_s}$
 (alla prima iterazione $K_s = K_{eq}$)
13. Determinazione del periodo equivalente del sistema dallo spettro di spostamento:

$$T_{eq} = T_{CO} \frac{D_s}{D_{c,2\pi}} \quad (nell'ipotesi di trovarsi sul ramo lineare dello spettro)$$

14. Calcolo della rigidezza equivalente del sistema:

$$K_{eq} = M \left(\frac{2\pi}{T_{eq}} \right)^2$$

15. Calcolo del taglio alla base:

$$V_b = K_s D_s$$

16. Calcolo del momento agente sulla fondazione:

$$M_f = V_b \left(H + \frac{h_f}{2} \right)$$

17. Calcolo della rotazione della fondazione:

$\theta = M_f / K_f$ (alla prima iterazione $K_f = K_{f,0}$ e $\theta = \theta_0 = M_f / K_{f,0}$ (rotazione su suolo elastico); se $\theta_0 > 0.0001$, si impone $\theta = \theta_0 = 0.0001$).

18. Aggiornamento di rigidezza e smorzamento della fondazione:

K_f e ξ_f (valori letti dal corrispondente valore di θ sulle curve di variazione di rigidezza e smorzamento, definite attraverso le Eq. (2) e (3))

19. Calcolo dello spostamento laterale dovuto alla rotazione della fondazione:

$$D_f = \theta (H + h_f/2)$$

20. Ritorno al punto 7 finché viene ottenuta la convergenza su D_s .

21. Controllo che $M_f < M_{UM}$. Se tale relazione non è verificata, ritorno al punto 1 incrementando la larghezza della fondazione B di 0.1m.