

# Adeguamento sismico di serbatoi sopraelevati in cemento armato: metodologie di analisi e verifica

E. Fagà<sup>1</sup>, M. Moratti<sup>2</sup>, G.M. Calvi<sup>3</sup>, R. Nascimbene<sup>4</sup> ■

## Sommario

La presenza di serbatoi sospesi a traliccio in cemento armato è comune a quasi tutte le reti di distribuzione idrica italiane poste in zone pianeggianti o con rilievi relativamente bassi. Queste strutture, perlopiù edificate entro la fine degli anni '70, risultano frequentemente superate per quanto riguarda la loro efficienza idraulica, a causa della loro limitata capacità idrica non più in grado di soddisfare i sempre crescenti fabbisogni urbani. Negli ultimi decenni l'impiego di serbatoi interrati è risultato economicamente più vantaggioso anche a causa dei sempre crescenti costi di costruzione e numerosi serbatoi sopraelevati sono stati posti fuori servizio. Frequentemente serbatoi sopraelevati costruiti negli anni '60 e '70 si trovano oggi in zone densamente urbanizzate e benché in disuso, la loro demolizione potrebbe risultare economicamente meno conveniente che un adeguamento ed un ripristino della loro originale capacità statica. La significativa presenza di queste strutture all'interno del territorio nazionale ed il forte stato di degrado in cui frequentemente versano a causa dell'effetto degli agenti atmosferici e della scarsa manutenzione a cui sono sottoposte, portano numerosi professionisti a doverne verificare la capacità nei confronti sia delle azioni gravitazionali che di quelle laterali, quali quelle indotte dal sisma. Nasce quindi l'esigenza della definizione di una metodologia di analisi e di verifica, in particolare nei confronti delle azioni sismiche, per i serbatoi sospesi esistenti, i quali non sono del tutto assimilabili a comuni telai in cemento armato e frequentemente sono stati progettati nei soli confronti delle azioni verticali ponendo particolare attenzione all'ottimizzazione nell'impiego dei materiali.

## 1. Strutture di riferimento

I casi studio considerati sono due serbatoi sopraelevati esistenti con struttura portante a traliccio in cemento armato, caratterizzati da un forte stato

Gli attuali riferimenti normativi nazionali non presentano prescrizioni specifiche per la valutazione dei serbatoi sospesi ed in particolare per quelli esistenti in presenza di azioni sismiche. A livello di norme europee in EN 1998-4 (CEN, 2006), specifiche per i serbatoi, si propongono alcuni criteri validi unicamente per le strutture di nuova costruzione. La particolare configurazione geometrica e la forte irregolarità nella distribuzione delle masse lungo l'altezza di queste strutture determinano una singolarità della loro risposta strutturale nei confronti delle azioni orizzontali che ne giustifica uno studio più approfondito e specifico.

Le metodologie di verifica previste dalle Norme Tecniche per le Costruzioni 2008 per gli edifici esistenti in cemento armato sono applicate per la valutazione della risposta sismica di due serbatoi sospesi con struttura di supporto a traliccio in c.a. La verifica delle strutture di supporto è condotta considerando due condizioni di riempimento dei serbatoi: a pieno carico e a vuoto. L'azione sismica è assunta di intensità variabile e relativa a tipologie stratigrafiche differenti allo scopo di valutare la vulnerabilità delle strutture indipendentemente dalla reale collocazione sul territorio nazionale.

La verifica delle strutture è condotta mediante diverse metodologie di analisi e verifica di complessità crescente, da modelli analitici a analisi statiche non lineari nel materiale e nella geometria, concentrando l'attenzione nella modellazione dell'interazione dinamica del fluido con la struttura.

Si vuole colmare la mancanza di indicazioni specifiche per la verifica di questa tipologia strutturale, largamente diffusa su scala nazionale, e identificarne le maggiori criticità relative alla loro risposta in campo non lineare al fine di definire strategie di rinforzo mirate.

di degrado. I due serbatoi si differenziano per la loro capacità di contenimento, quello di minori dimensioni (Figura 1) situato a San Cipriano Po (PV) ha una capienza di 30 m<sup>3</sup>, mentre il secondo

<sup>1</sup> Centro Europeo di Formazione e Ricerca in Ingegneria Sismica, Pavia - ✉ [ettore.faga@eucentre.it](mailto:ettore.faga@eucentre.it)

<sup>2</sup> Studio Calvi, Ingegneria e Architettura, Pavia - ✉ [matteo.moratti@studiocalvi.eu](mailto:matteo.moratti@studiocalvi.eu)

<sup>3</sup> Centro Europeo di Formazione e Ricerca in Ingegneria Sismica, Istituto Universitario di Studi Superiori, Pavia - ✉ [gm.calvi@eucentre.it](mailto:gm.calvi@eucentre.it)

<sup>4</sup> Centro Europeo di Formazione e Ricerca in Ingegneria Sismica, Pavia - ✉ [roberto.nascimbene@eucentre.it](mailto:roberto.nascimbene@eucentre.it)



Figura 1  
Serbatoio sopraelevato da  
30 m<sup>3</sup>, San Cipriano Po  
(Pavia).

Figura 2  
Serbatoio sopraelevato da  
130 m<sup>3</sup>, Parona (Pavia).

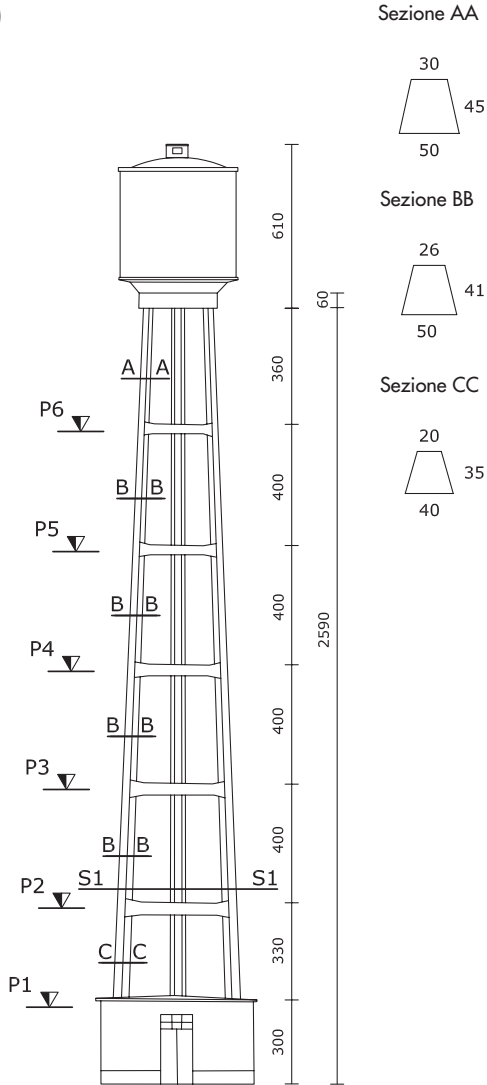
(Figura 2) di 130 m<sup>3</sup> è stato edificato nel comune di Parona (PV). Le due soluzioni considerate possono essere assunte come rappresentative di numerosi serbatoi presenti nelle aree di pianura del territorio nazionale per via delle forte standardizzazione di questa tipologia strutturale. Il serbatoio da 30 m<sup>3</sup> è costituito da una vasca cilindrica di diametro equivalente, valutato a partire dal diametro delle pareti cilindriche interna ed esterna, pari a 2.7 m, all'interno della quale l'altezza del pelo libero può raggiungere circa 4 m. La vasca cilindrica è coperta da una cupola sferica ribassata ed è sorretta da un anello in cemento armato di sezione 35x60 cm e raggio pari a 1.1 m. La vasca in c.a. è sorretta da una struttura di supporto a traliccio a sezione triangolare inscritta alla base in una circonferenza di raggio 2.3 m che si eleva per 26 m fuori terra. Il traliccio è composto da tre pilastri in c.a. inclinati a sezione trapezoidale connessi lungo l'altezza da travi a sezione rettangolare 30x40 cm e da solette in c.a. di spessore 12 cm ad un interasse di circa 4 m. Le dimensioni della sezione trapezoidale dei pilastri diminuiscono con l'altezza come mostrato in Figura 3.

Il serbatoio di capacità pari a 130 m<sup>3</sup> si sviluppa

per un'altezza fuori terra di poco superiore a quella del serbatoio da 30 m<sup>3</sup> pari a 29.6 m. La vasca di contenimento cilindrica posta in sommità ha un diametro equivalente pari a 5.76 m ed è sorretta da un anello di diametro 4.2 m a sezione rettangolare 45x60 cm. Il traliccio in c.a. di supporto presenta una base esagonale ed è costituito da sei pilastri connessi lungo l'altezza a quattro livelli da un sistema di anelli e di travi di irrigidimento. Un anello esterno collega i sei pilastri i quali sono connessi ad un secondo anello interno mediante sei travi diametrali di irrigidimento (Figura 4). Sia gli anelli che le travi hanno sezione rettangolare di dimensioni pari a 30x65 cm al primo livello e 30x50 a tutti quelli superiori, i pilastri presentano sezioni rettangolari di dimensioni variabili lungo l'altezza come mostrato in Figura 4.

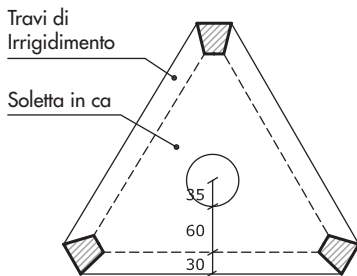
Dall'analisi delle relazioni di progetto originali si evince come la progettazione dei due serbatoi esistenti (serbatoio 30 m<sup>3</sup> del 1970, serbatoio 130 m<sup>3</sup> del 1966) sia stata condotta considerando unicamente le azioni gravitazionali e l'effetto del vento, senza riferimento a criteri specifici per azioni sismiche, ponendo particolare attenzione all'ottimizzazione nell'impiego dei materiali. Come è possibile riscontrare nei det-

3a)



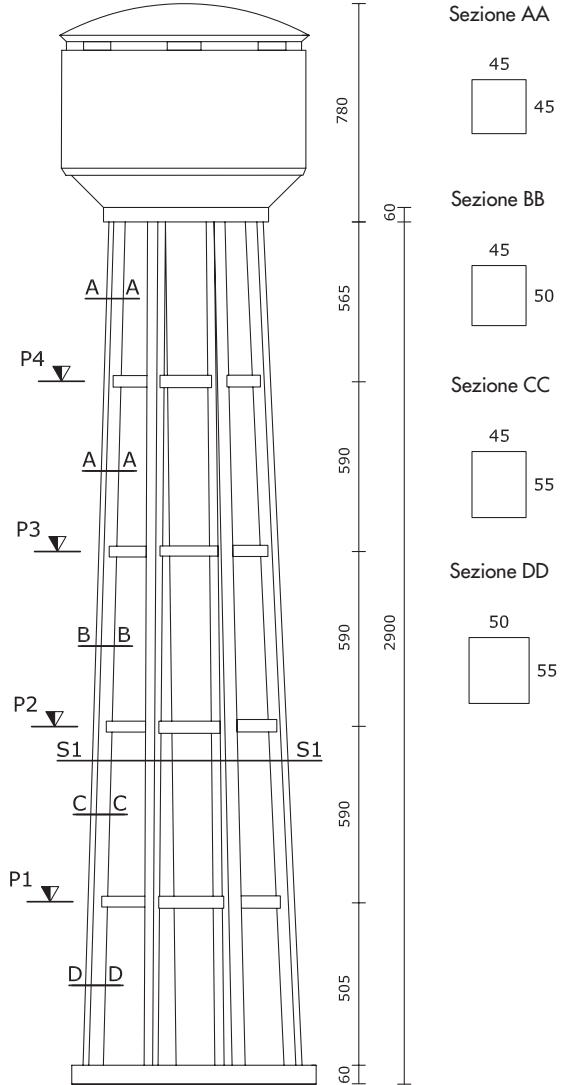
3b)

Sezione S1 - S1



tagli di carpenteria (Figura 5), i progetti prevedevano geometrie complesse sia degli elementi che delle gabbie di armatura al loro interno oltre che spessori notevolmente ridotti degli ele-

4a)



4b)

Sezione S1 - S1

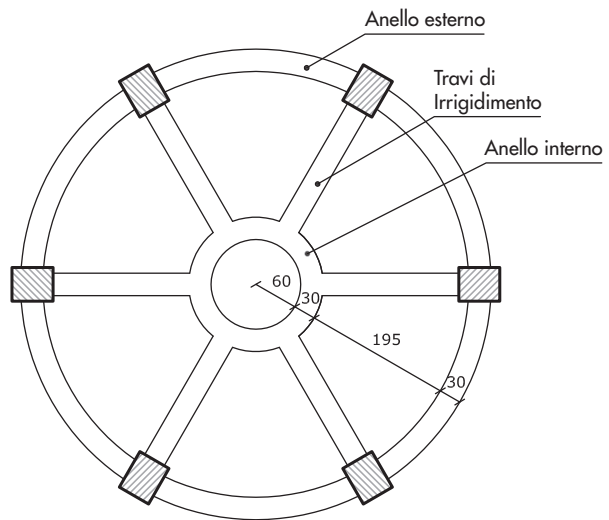


Figura 3  
Serbatoio da 30 m<sup>3</sup>:  
a) prospetto (scala 1:250)  
b) sezione (scala 1:100).

Figura 4  
Serbatoio da 130 m<sup>3</sup>:  
a) prospetto (scala 1:250)  
b) sezione (scala 1:100).

menti strutturali rispetto a quelli che ci si aspetterebbe per una nuova struttura in cemento armato, in particolare degli elementi bidimensionali come solette e pareti dei serbatoi.

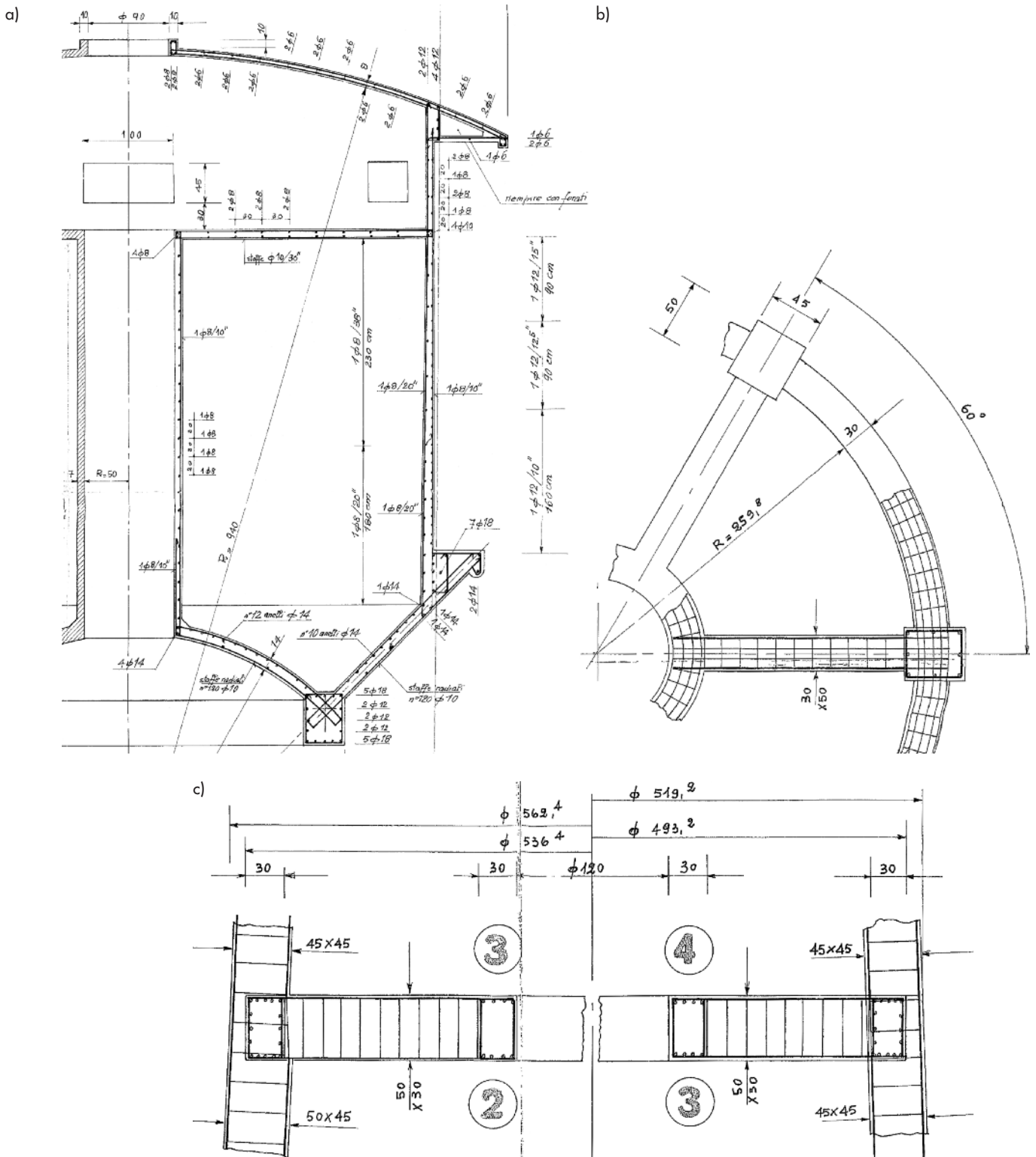


Figura 5  
 Dettagli di carpenteria:  
 a) sezione trasversale  
 struttura serbatoio  
 b) dettaglio travi  
 c) sezione travi.

Dagli elaborati di progetto disponibili sono stati valutati i pesi strutturali della sola struttura di contenimento,  $W_c$ , del traliccio di supporto,  $W_p$ , e del volume d'acqua,  $W$ , per entrambi i serbatoi analizzati (Tabella 1).

Le proprietà meccaniche dei materiali sono state assunte pari ai valori usuali della pratica costruttiva degli anni '70 in prima analisi e successivamente confermate per via sperimentale mediante

delle prove in situ combinate sclerometro-ultrasuoni per il calcestruzzo e di trazione su campioni di barre, i test sono stati condotti dal Dipartimento di Meccanica Strutturale dell'Università di Pavia per entrambe le strutture.

I rilievi eseguiti per le due strutture hanno evidenziato un significativo stato di degrado da imputare principalmente alla continua esposizione dei tralci di supporto agli agenti atmo-



Tabella 1 - Pesì strutturali

Parametro	30 m <sup>3</sup>	130 m <sup>3</sup>
W <sub>c</sub> [kN]	286	905
W <sub>p</sub> [kN]	562	1620
W [kN]	294	1275
W <sub>tot</sub> [kN]	1142	3800

sferici. Entrambe le strutture considerate presentano estese aree in cui si è verificata l'espulsione del copriferro con conseguente presenza di armature esposte e in alcuni casi affette da corrosione parziale. Si può osservare come a livello dei nodi le barre di armatura sia dei pilastri che delle travi risultino visibili in vaste aree e come anche le sovrapposizioni in alcuni punti non siano più garantite a causa del distacco del copriferro e della conseguente perdita di aderenza acciaio-calcestruzzo (Figura 6a e 6d). Le solette in c.a. del serbatoio di 30 m<sup>3</sup> risultano fortemente danneggiate al lembo inferiore in particolare in prossimità del foro a causa dell'a-

zione degli agenti atmosferici e dei ridotti spessori di copriferro (Figura 6c). È da sottolineare che lo stato di danneggiamento riscontrato ha consentito di verificare la disposizione delle armature prevista dagli elaborati di progetto disponibili (Figura 6b).

La disponibilità degli elaborati di progetto di entrambe le strutture ed in particolare dei disegni originali di carpenteria congiuntamente alla campagna di indagini sperimentali permette, in accordo alle prescrizioni per gli edifici esistenti delle nuove Norme Tecniche per le Costruzioni (NTC2008), di considerare un livello di conoscenza delle strutture, LC2.



Figura 6  
Stato di danneggiamento delle strutture di supporto:  
a) dettaglio nodo serbatoio 30 m<sup>3</sup>  
b) travi serbatoio 130 m<sup>3</sup>  
c) vista solette serbatoio 30 m<sup>3</sup>  
d) dettaglio nodo serbatoio 130 m<sup>3</sup>.

## 2. Azione sismica

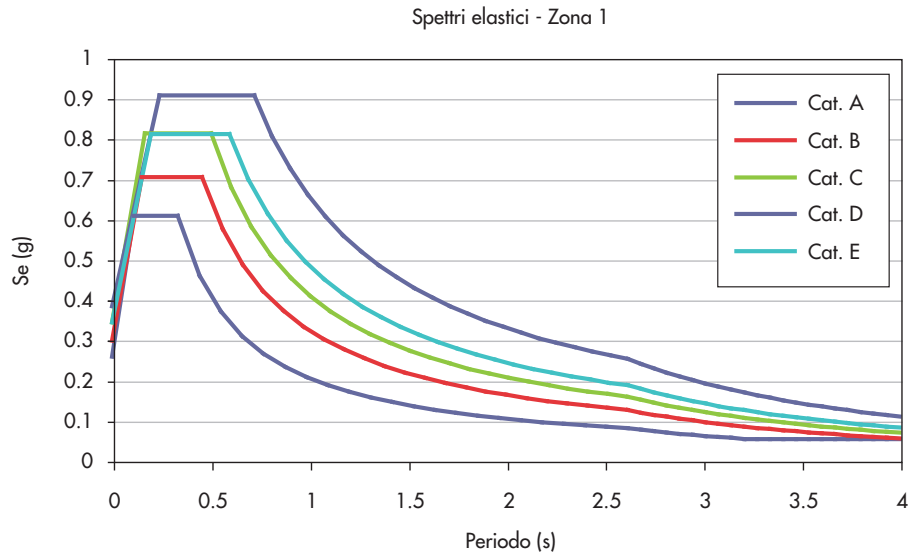
Le analisi e le verifiche delle strutture di supporto dei due serbatoi sono state eseguite considerando quattro diversi livelli di azione sismica e per ognuno di essi le cinque categorie stratigrafiche previste nelle NTC2008 allo scopo di determinarne la vulnerabilità sia in funzione della pericolosità sismica di base che delle caratteristiche del terreno su cui potrebbero essere edificate. Le due strutture vengono così considerate non solo come casi studio specifici relativi al solo sito in cui si trovano ed i risultati delle analisi vengono generalizzati a gran parte del territorio nazionale. L'azione sismica è stata definita allo stato limite di salvaguardia della vita per un periodo di ritorno pari a 475 anni.

La pericolosità sismica all'interno delle NTC2008 è definita riferendosi allo specifico sito di costruzione e non più alle quattro zone sismiche previste dai precedenti riferimenti normativi, sono pertanto stati selezionati quattro comuni le cui accelerazioni di picco su suolo rigido ed in condizioni di campo libero fossero intermedi agli intervalli previsti nei riferimenti normativi italiani per la definizione delle quattro zone sismiche a fini amministrativi. In Tabella 2 sono riportati i comuni scelti e le rispettive accelerazioni secondo l'attuale zonazione sismica prevista dalle NTC2008 ed in Figura 7, a titolo di esempio, gli spettri di risposta elastici in accelerazione relativi alla zona a maggiore sismicità considerata.

Tabella 2 - Parametri azione sismica

	Comune	$a_g$ [g]
Zona 1	Norcia	0.255
Zona 2	Macerata	0.177
Zona 3	Bergamo	0.110
Zona 4	Pavia	0.070

Figura 7  
Spettri di progetto elastici in accelerazione in funzione della categoria di suolo (NTC 2008) - Norcia.



## 3. Analisi lineari: metodo analitico

La risposta alle azioni orizzontali indotte dal sisma è stata valutata per entrambe le strutture mediante analisi in campo lineare ponendo particolare attenzione alla idealizzazione del comportamento dinamico dell'acqua all'interno delle vasche di contenimento. Una prima valutazione è stata eseguita con un metodo analitico semplificato in cui la struttura è rappresentata come un semplice sistema a due gradi di libertà accoppiati, per passare ad una modellazione tridimensionale agli

elementi finiti utilizzata per lo sviluppo di analisi dinamiche modali con spettro di risposta. La verifica sismica delle strutture di supporto è stata condotta assumendo un fattore di struttura,  $q$ , per entrambi i serbatoi. Gli attuali riferimenti normativi nazionali (NTC2008) ed europei (EN 1998-3) non prevedono valori specifici per tralicci esistenti in c.a. che supportano serbatoi, pertanto si è assunto un valore  $q = 1.5$ , il quale può essere considerato un valore minimo per le strutture in cemento armato (Manfredi et al., 2007).

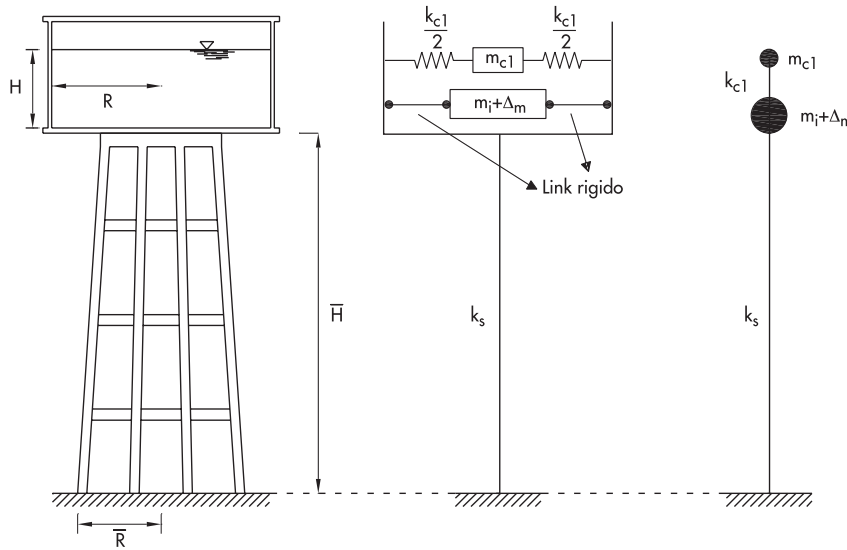


Figura 8  
Modello analitico  
(da Calvi e Nascimbene,  
2011).

Il comportamento dinamico dei serbatoi sopraelevati e a terra in cui il liquido presenti un pelo libero, è condizionato dal fenomeno dello “sloshing”; per effetto di una eccitazione dinamica laterale l’interazione fra il liquido e la struttura di contenimento determina la traslazione verticale di una quota di fluido prossima al pelo libero ed il conseguente instaurarsi di onde inerziali, caratterizzate da elevati periodi di oscillazione. In funzione del rapporto fra altezza del pelo libero e del raggio della vasca di contenimento,  $H/R$ , è possibile determinare la quota di massa liquida che trasla rigidamente con il serbatoio e quella che forma un’onda convettiva. La quota di massa che è soggetta al fenomeno dello “sloshing” è tanto più grande quanto più piccolo è il rapporto  $H/R$ .

Il metodo analitico semplificato impiegato valido per serbatoi sopraelevati a pareti rigide descritto da Calvi e Nascimbene (2011), prevede l’idealizzazione della struttura mediante un sistema a due gradi di libertà a masse accoppiate (Figura 8). La prima massa,  $m_1$ , rappresenta la quota di massa convettiva ed è connessa alla seconda massa,  $m_0 + \Delta m$ , mediante un elemento di rigidità  $k_{c1}$ , determinata in funzione del periodo del primo modo di sloshing. La seconda massa è costituita dalla quota di massa di liquido che risponde solidale alla struttura,  $m_0$ , e dalla massa della struttura di contenimento sommata ad una quota di quella del traliccio di supporto,  $\Delta m$ . Nelle analisi si è assunto che 2/3 della massa della struttura di supporto partecipassero alla risposta impulsiva come suggerito in ACI 371R-98. Il sistema di due masse del modello è posto in sommità di un elemento di rigidità pari a quella che la struttura di supporto offre nei confronti delle azioni orizzontali,  $k_s$ , vincolato alla base (Figura 8). La rigidità della sotto-

struttura è stata valutata in via semplificata, per entrambi i serbatoi, assumendo un comportamento a mensola caricata trasversalmente all’estremo libero, coincidente con il centro di gravità della massa liquida impulsiva. Il momento di inerzia della mensola equivalente è stato valutato considerando la sezione trasversale a metà altezza del traliccio in cemento armato.

Le quote di massa liquida impulsiva e convettiva sono state determinate in funzione della geometria della struttura di contenimento, mediante le relazioni proposte nelle raccomandazioni americane per serbatoi in cemento armato cilindrici, ACI 350.3-06. La percentuale di massa impulsiva:

$$\frac{m_0}{m} = \frac{\tanh(\sqrt{3}R/H)}{\sqrt{3}R/H} \quad (1)$$

La percentuale di massa convettiva:

$$\frac{m_1}{m} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{27}{8}} \frac{R}{H} \tanh\left(\sqrt{\frac{27}{8}} \frac{R}{H}\right) \quad (2)$$

Le stesse raccomandazioni forniscono le relazioni per determinare la quota dove concentrare le masse impulsiva e convettiva a partire dal fondo del serbatoio, necessarie alla definizione del modello.

$$\frac{h_0}{H} = 0.5 - 0.09375 \frac{D}{H} \quad \text{se } \frac{D}{H} \leq 1.333 \quad (3)$$

$$\frac{h_0}{H} = \frac{3}{8} \quad \text{se } \frac{D}{H} > 1.333$$

$$\frac{h_1}{H} = 1 - \frac{\cosh\left(\sqrt{\frac{27}{8}} \frac{H}{R}\right) - 1}{\sqrt{\frac{27}{8}} \frac{H}{R} \sinh\left(\sqrt{\frac{27}{8}} \frac{H}{R}\right)} \quad (4)$$

La rigidità dell’elemento utilizzato per ripro-

dure il comportamento dinamico della parte di fluido che partecipa al moto convettivo, è valutata a partire dalla quota di massa  $m_1$  e dal periodo del primo modo di vibrare di sloshing,  $T_1$ , come:

$$k_{c1} = 4\pi^2 \frac{m_1}{T_1^2} \quad (5)$$

Dove il periodo del primo modo di vibrare convettivo è valutato a partire dalle caratteristiche geometriche del serbatoio secondo la relazione proposta anche in UNI EN 1998-4 (CEN, 2006):

$$T_1 = \frac{2\pi\sqrt{R/g}}{\sqrt{\lambda_1 \tanh(\lambda_1 H/R)}} \quad (6)$$

Dove per il primo modo convettivo  $\lambda_1 = 1.8412$  e  $g$  rappresenta l'accelerazione di gravità. In Tabella 3 sono riportati i parametri necessari alla definizione dei modelli semplificati relativi ai due serbatoi pensili analizzati. Il modello consente in prima analisi una stima del taglio alla base della struttura di supporto mediante una analisi modale che tenga conto

unicamente di due modi di vibrare (Figura 9). Le frequenze naturali del sistema corrispondenti ai due modi di oscillazione possono essere valutate secondo la relazione:

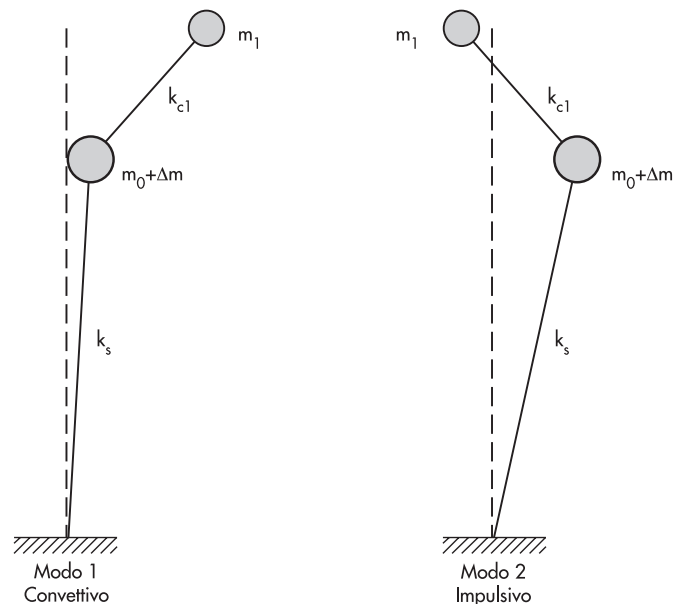
$$\omega_n^2 = \frac{1}{2} \left[ \frac{k_s + k_{c1}}{m_0 + \Delta m} + \frac{k_{c1}}{m_{c1}} \pm \sqrt{\left( \frac{k_s + k_{c1}}{m_0 + \Delta m} - \frac{k_{c1}}{m_{c1}} \right)^2 + 4 \frac{k_{c1}^2}{(m_0 + \Delta m)m_{c1}}} \right] \quad (7)$$

Note le caratteristiche dinamiche del sistema idealizzato è possibile eseguire una analisi lineare con spettro di risposta, in cui per il modo di vibrare con periodo maggiore, relativo al fenomeno di sloshing, si assume uno smorzamento viscoso pari a 0.5% per tenere conto delle ridotte capacità dissipative associate al moto del fluido. Per il secondo modo, relativo alla vibrazione della struttura di supporto, si considera uno smorzamento pari al 5%, valore usuale per le strutture in cemento armato (Calvi e Nascimbene, 2011). Il metodo semplificato ha consentito la stima dei

Tabella 3 - Parametri modello analitico a due gradi di libertà

Parametro	30 m <sup>3</sup>	130 m <sup>3</sup>
D/H	0.67	1.74
$m_0$ [ton]	25.5	80
$m_1$ [ton]	4.5	50
$\Delta m$ [ton]	67.3	202.3
$k_s$ [kN/m]	2545	8300
$T_1$ [s]	1.72	2.55
$k_{c1}$ [kN/m]	61.5	310

Figura 9  
Modello a due gradi di libertà, modi di vibrare.



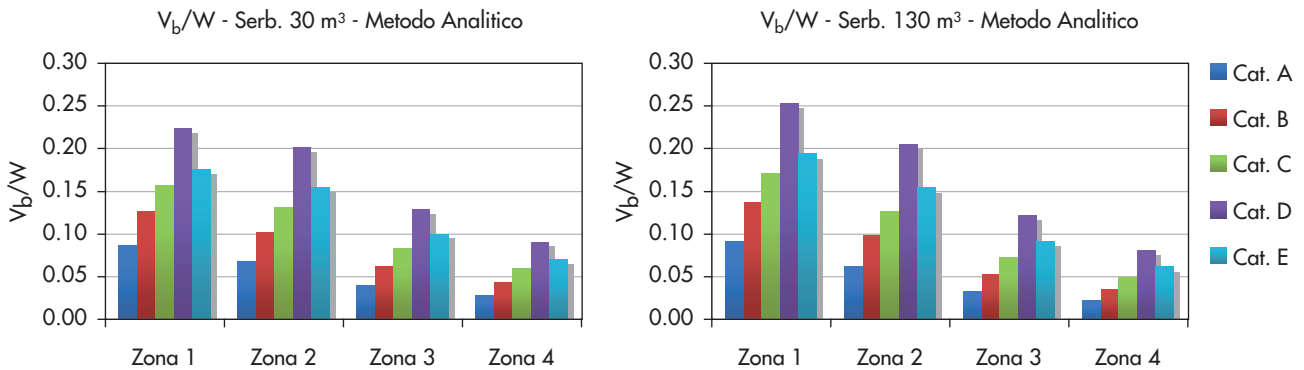


valori di taglio alla base dei due serbatoi sopraelevati per i venti diversi livelli di azione sismica considerati. In Figura 10 e 11 sono riportati i valori di taglio alla base osservati nelle analisi, resi adimensionali rispetto al peso della struttura considerata nella condizione di pieno carico della vasca di contenimento (Tabella 1), al variare dell'intensità dell'azione sismica e della categoria di sottosuolo. I coefficienti sismici ottenuti per le due strutture analizzate non differiscono significativamente fra le due configura-

zioni, le maggiori discrepanze si riscontrano per la zona a più alta sismicità (zona 1) dove il serbatoio di volume superiore presenta valori del moltiplicatore della massa significativamente maggiori rispetto a quello di capacità inferiore. Le stime di taglio alla base ottenute con il metodo semplificato saranno confrontate con i risultati delle analisi modali con spettro di risposta eseguite su modelli agli elementi finiti in grado di rappresentare in modo più accurato il comportamento delle strutture di supporto.

Figura 10  
Metodo analitico - tagli alla base per il serbatoio da 30 m<sup>3</sup>.

Figura 11  
Metodo analitico - tagli alla base per il serbatoio da 130 m<sup>3</sup>.



#### 4. Analisi lineari: modale con spettro di risposta

L'analisi e la verifica dei due serbatoi pensili è stata condotta in campo lineare mediante analisi dinamiche modali con spettro di risposta ridotto del fattore di struttura,  $q$ , secondo quanto previsto nei riferimenti normativi nazionali per gli edifici esistenti in zona sismica (NTC2008). Le analisi sono state eseguite tramite modelli agli elementi finiti sviluppati con SAP2000 (CSI, 2007) realizzati in modo da idealizzare il comportamento dinamico del fluido all'interno dei serbatoi con un semplice sistema di masse concentrate e molle opportunamente tarate per rappresentare il fenomeno di sloshing.

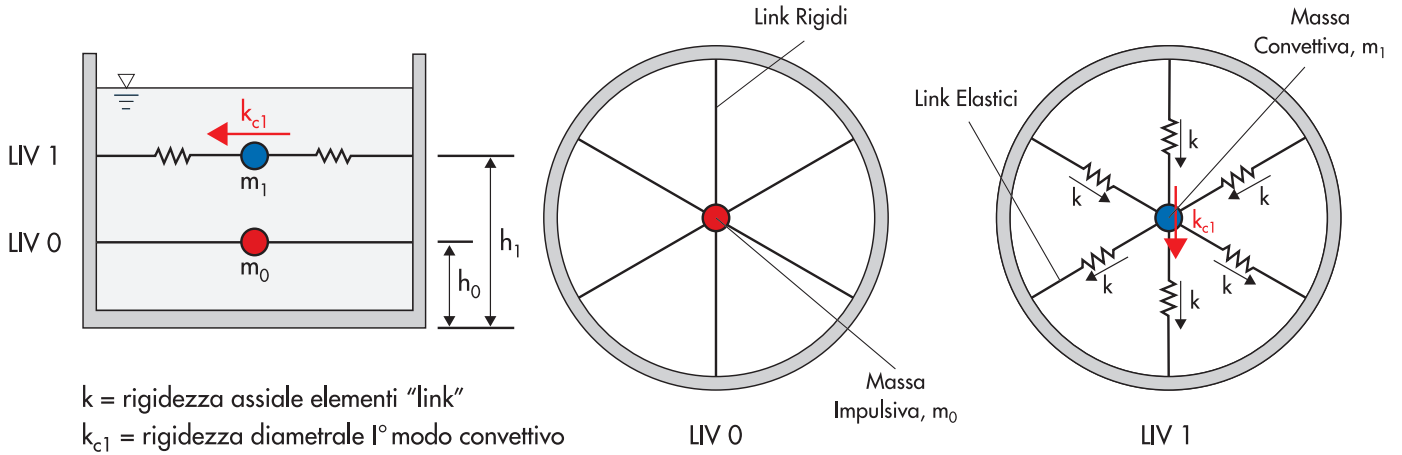
L'analisi delle due strutture è stata eseguita considerando due configurazioni, una di pieno carico del serbatoio e una in condizione di vuoto, così da identificare la più gravosa per le verifiche dei diversi elementi componenti i tralicci in c.a. Si sono sviluppati modelli tridimensionali dei serbatoi per rappresentare la complessa geometria delle strutture di supporto. Le colonne, le travi di irrigidimento e gli anelli in cemento armato sono stati idealizzati con elementi monodimensionali "beam", le curvature degli anelli sono state riprodotte mediante una sufficiente discretizzazione di elementi lineari. La geometria dei modelli è stata definita in modo da riprodurre accuratamente l'inclina-

zione delle colonne rispetto alla verticale ed il corretto orientamento, in direzione radiale, delle sezioni trasversali. La rigidità flessionale degli elementi componenti i tralicci è stata ridotta del 50% per rappresentarne il comportamento secante a snervamento. Lo stato di degrado delle strutture di supporto non è stato considerato nello sviluppo delle analisi numeriche in quanto si ipotizza il ripristino delle parti di calcestruzzo espulse e l'eventuale compensazione delle parti in acciaio affette da ossidazione, comunque necessari per evitare un ulteriore decadimento delle proprietà meccaniche degli elementi strutturali. Le pareti dei serbatoi cilindrici sono state idealizzate mediante elementi bidimensionali "shell", il comportamento dinamico dell'acqua al loro interno è stato rappresentato, secondo il modello descritto per il metodo analitico, mediante due masse concentrate, impulsiva,  $m_0$ , e convettiva,  $m_1$ , connesse alle pareti dei serbatoi alle quote previste dal modello e valutate secondo le equazioni (3) e (4). La massa concentrata impulsiva è stata connessa alle pareti del serbatoio con elementi "link" rigidi, mentre quella convettiva tramite un sistema di "link" elastici radiali, in numero sufficiente da riprodurre la rigidità associata al primo modo di sloshing in qualsiasi direzione diametrale. Gli elementi "link" elastici che connettono la massa convettiva alle pareti del ser-

batoio sono dotati unicamente di rigidità assiale, questa è definita in modo che in tutte le direzioni radiali sia fornita una rigidità pari a quella associata al primo modo convettivo,  $k_{c1}$ , del modello teorico. La rigidità in ogni direzione diametrale è pari alla somma delle componenti delle rigidità dei singoli elementi "link" elastici in tale direzione; pertanto il valore

di rigidità assegnato ai singoli elementi,  $k$ , è determinato ipotizzando che tutti gli elementi link abbiano la stessa rigidità (Figura 12). Nell'analisi dei serbatoi sono stati considerati unicamente i carichi gravitazionali in aggiunta a quelli indotti dall'azione sismica secondo quanto previsto dalle NTC2008, definiti in funzione della condizione di riempimento del serbatoio considerata.

Figura 12  
Schema di modellazione della rigidità associata al modo convettivo.



Le verifiche dei singoli elementi dei tralicci di supporto sono state condotte in termini di forze, secondo quanto previsto dalle NTC2008 per analisi modali con spettro di risposta ridotto del fattore di struttura (Manfredi et al., 2007). La valutazione della risposta strutturale è stata concentrata alla struttura di supporto, considerando meccanismi di rottura a flessione e taglio per le travi e a pressoflessione deviata e taglio per le

colonne. Gli esiti delle verifiche eseguite per il serbatoio di capacità 30 m<sup>3</sup> e per quello da 130 m<sup>3</sup> sono riassunti in Figura 13 e 14 rispettivamente, per entrambe le configurazioni di carico considerate, in funzione della zona sismica e della categoria di sottosuolo. Le verifiche delle travi sono state condotte a flessione e taglio, quelle dei pilastri a pressoflessione deviata e taglio, l'esito delle verifiche è indicato mediante

Figura 13  
Esiti verifiche al variare dell'input sismico - serbatoio da 30 m<sup>3</sup>.

	Serbatoio 30 m <sup>3</sup> - Pieno Carico				
	Cat. A	Cat. B	Cat. C	Cat. D	Cat. E
Zona 1	3	3	3	3	3
Zona 2	3	3	3	3	3
Zona 3	0	2	3	3	3
Zona 4	0	0	2	3	3

Figura 14  
Esiti verifiche al variare dell'input sismico - serbatoio da 130 m<sup>3</sup>.

	Serbatoio 30 m <sup>3</sup> - Vuoto				
	Cat. A	Cat. B	Cat. C	Cat. D	Cat. E
Zona 1	3	3	3	3	3
Zona 2	3	3	3	3	3
Zona 3	0	2	3	3	3
Zona 4	0	0	2	3	3

Serbatoio 130 m<sup>3</sup> - Pieno Carico

	Cat. A	Cat. B	Cat. C	Cat. D	Cat. E
Zona 1	2	3	3	3	3
Zona 2	0	2	3	3	3
Zona 3	0	0	0	2	2
Zona 4	0	0	0	2	0

Serbatoio 130 m<sup>3</sup> - Vuoto

	Cat. A	Cat. B	Cat. C	Cat. D	Cat. E
Zona 1	2	2	3	3	3
Zona 2	0	2	2	3	3
Zona 3	0	0	2	2	2
Zona 4	0	0	0	2	0

0 Tutte le verifiche soddisfatte  
 1 Verifiche delle travi non soddisfatte

2 Verifiche dei pilastri non soddisfatte  
 3 Verifiche di travi e pilastri non soddisfatte

un indice numerico. Per il serbatoio di minore volume tutte le verifiche sono risultate soddisfatte unicamente in zone a ridotta sismicità e per stratigrafie sufficientemente rigide (A e B); confrontando i risultati ottenuti per le due configurazioni di carico ipotizzate è da notare come le verifiche delle travi siano risultate più gravose a pieno carico, al contrario quelle dei pilastri in assenza di acqua, per via della riduzione di carico assiale che ha determinato la riduzione se non l'annullamento della loro resistenza flessionale. La ridotta capacità del serbatoio da 30 m<sup>3</sup> tuttavia comporta ridotte variazioni negli esiti delle verifiche fra le due configurazioni di carico considerate.

In Figura 15 sono riportati gli esiti delle verifiche a flessione e taglio delle travi di irrigidimento presenti a diversi livelli lungo l'altezza della struttura di supporto (da P1 a P6 per la struttura del serbatoio da 30 m<sup>3</sup>, Figura 3a, da P1 a P4 per quella del serbatoio da 130 m<sup>3</sup>, Figura 4a); Gli esiti sono forniti al variare della classe stratigrafica per la sola zona a maggiore sismicità. Si può osservare come i rapporti fra sollecitazione e resistenza ottenuti per le verifiche a taglio risultino significativamente minori se confrontati con quelli relativi alle verifiche a flessione. In generale è stata riscontrata per tutti gli elementi una gerarchia interna fra i meccanismi duttili flessionali e quelli fragili a taglio, principalmente legata all'ottimizzazione nell'impiego

dei materiali ricercata in fase di progettazione. Le verifiche sono risultate in generale meno gravose per il serbatoio di maggiori dimensioni rispetto a quello di capacità 30 m<sup>3</sup>, le discrepanze fra le due condizioni di carico del serbatoio assunte sono apparse più marcate a causa del diverso rapporto fra i pesi strutturali e quelli legati alla presenza del fluido. Le travi presentano le maggiori criticità quando la vasca di contenimento è completamente riempita, mentre le verifiche a pressoflessione delle colonne risultano più gravose nella configurazione di vuoto, analogamente a quanto osservato in precedenza. Il dettaglio delle verifiche delle travi di irrigidimento radiali ai diversi livelli della struttura di supporto (Figura 16) mostra come le verifiche a taglio risultino sempre soddisfatte al contrario di quelle a flessione, tuttavia è da notare come il rapporto fra sollecitazione e resistenza risulti circa dimezzato rispetto a quanto osservato per il serbatoio di minore capacità. Gli istogrammi riportati nelle Figure 17 e 18 rappresentano il rapporto fra il taglio alla base osservato nelle analisi numeriche e quello previsto con il metodo analitico, in ipotesi di pieno carico per il serbatoio da 30 m<sup>3</sup> e da 130 m<sup>3</sup> rispettivamente. Si nota come per il serbatoio di minor volume i valori osservati siano in buon accordo fra loro al contrario di quelli relativi al serbatoio di maggiori dimensioni. Il metodo analitico fornisce risultati quasi sempre conservativi rispetto alle

Figura 15  
 Dettagli verifiche delle travi di irrigidimento per il serbatoio da 30 m<sup>3</sup> (P1 - P6, Figura 3a). a) flessione b) taglio.

Figura 16  
 Dettagli verifiche delle travi di irrigidimento per il serbatoio da 130 m<sup>3</sup> (P1 - P4, Figura 4a). a) flessione b) taglio.

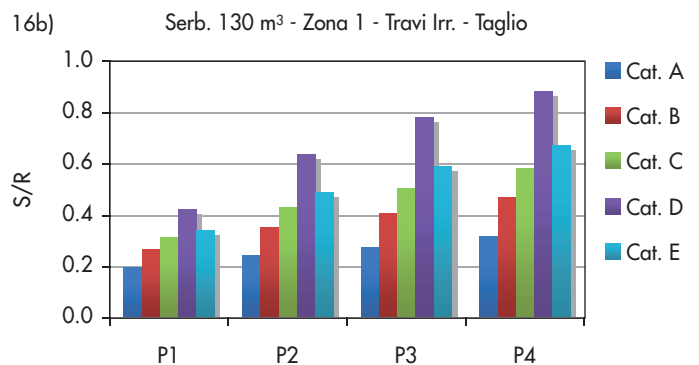
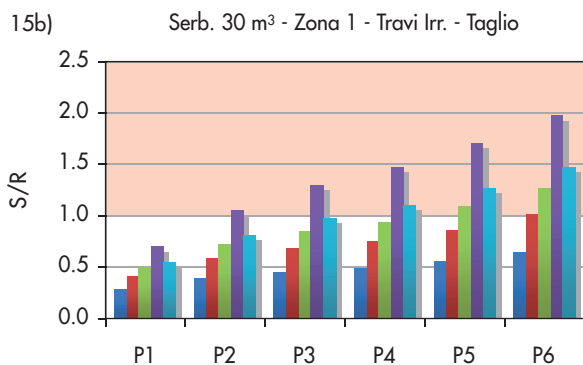
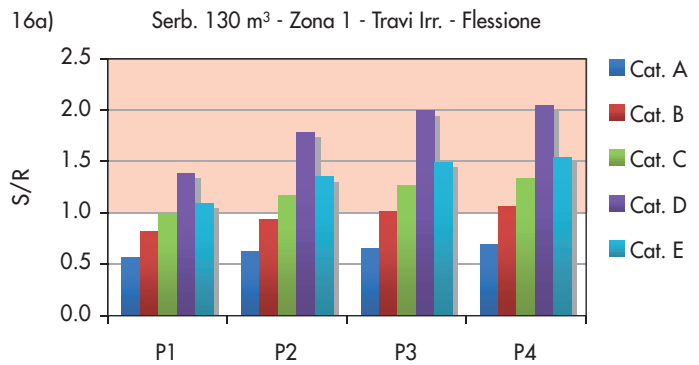
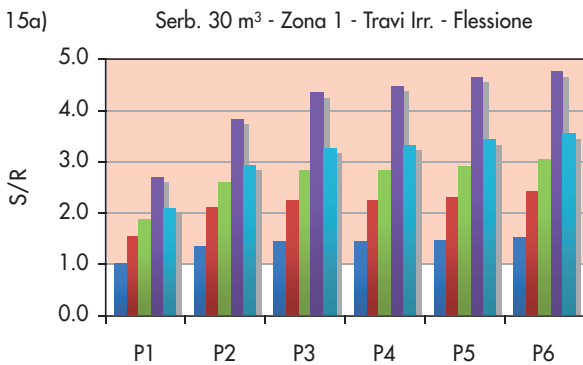
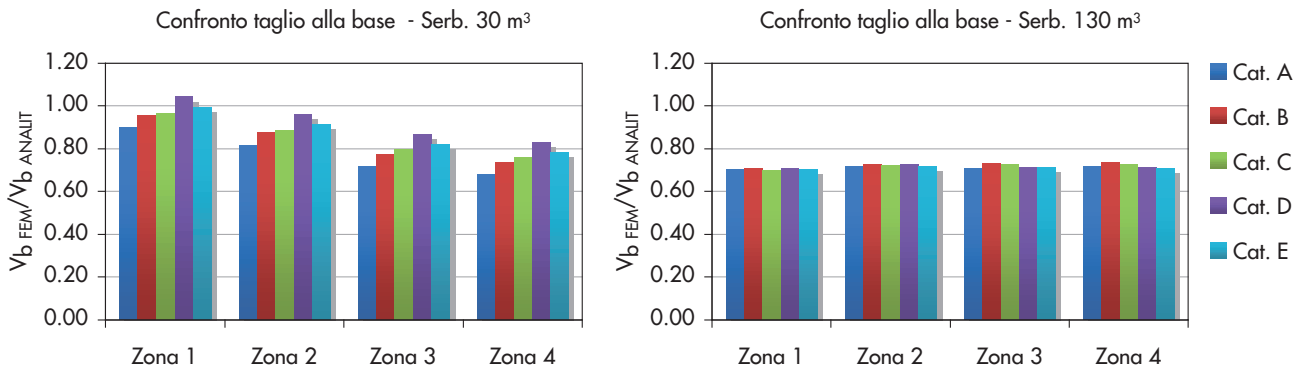


Figura 17  
Analisi numeriche - tagli alla base per il serbatoio da 30 m<sup>3</sup>.

Figura 18  
Analisi numeriche - tagli alla base per il serbatoio da 130 m<sup>3</sup>.

analisi condotte con modelli agli elementi finiti; le discrepanze osservate per il serbatoio di maggiore volume sono da imputare alla definizione della rigidità della sottostruttura. Infatti la rigidità laterale del traliccio di supporto valutata con il modello numerico, in cui si considera la riduzione di rigidità flessionale degli elementi

del 50%, è pari a circa 3500 kN/m, con una riduzione di più del 50% rispetto a quanto previsto per il modello analitico. La riduzione della rigidità implica un allungamento del periodo di vibrazione del modo impulsivo con una conseguente riduzione delle forze di inerzia agenti sulla struttura e del taglio alla base.



### 5. Analisi non lineari

I due serbatoi pensili sono stati ulteriormente verificati rispetto alle azioni laterali mediante analisi statiche non lineari allo scopo di validare le ipotesi fatte per le analisi in campo lineare riguardo alle loro capacità dissipative (scelta del fattore di struttura  $q = 1.5$ ) e di determinarne la risposta in termini di spostamenti e forze in campo non lineare. Le analisi pushover sono state condotte con il software agli elementi finiti Seismostruct (Seismosoft, 2008), mediante il quale sono stati realizzati modelli tridimensionali dei soli tralicci di supporto in c.a. (Figura 19). Le strutture di supporto sono state modellate con elementi monodimensionali a plasticità diffusa (Petrini et al., 2006), la formulazione alle forze degli elementi è stata preferita a quella agli spostamenti per ridurre la discretizzazione degli elementi che presentano la stessa disposizione di armatura lungo tutto il loro sviluppo, e di conseguenza, incrementando la velocità di analisi.

La modellazione a fibre degli elementi comporta la definizione dei legami non lineari relativi ai materiali di cui sono composti gli elementi: per il calcestruzzo si è scelto il legame proposto da Mander et al. (1998), mentre il comportamento dell'acciaio delle barre di armatura è stato idealizzato attraverso un modello bilineare. Per la definizione dei materiali si è fatto riferimento ai valori medi delle resistenze e delle rigidità secondo quanto previsto nei riferimenti normativi Nazionali (NTC2008).

La definizione dei carichi gravitazionali agenti sulle due strutture di supporto è stata eseguita con-

siderando le due configurazioni di riempimento del serbatoio già descritte per le analisi lineari. Data la presenza di una significativa massa concentrata in sommità alle strutture le analisi sono state eseguite considerando la non linearità sia nel materiale che nella geometria per cogliere eventuali effetti del secondo ordine. In accordo con quanto previsto nelle NTC2008 per le analisi sono state ipotizzate due distribuzioni di forze laterali: una proporzionale al prodotto di masse e spostamenti associati al primo modo di vibrare e una proporzionale unicamente alle masse (Petrini et al., 2006). Nella definizione della prima distribuzione la deformata modale è stata determinata supponendo l'intera massa liquida contenuta nelle strutture di contenimento, solidale al traliccio di supporto, trascurando così il moto di sloshing, che per natura del fenomeno richiederebbe l'impiego di formulazioni multimodali per le analisi. La presenza di una grande massa in sommità delle strutture di supporto determina di fatto una distribuzione di forze proporzionale al primo modo assimilabile ad un'unica forza concentrata applicata al baricentro della massa liquida. Le analisi sono state eseguite a controllo di spostamento definendo come nodo di controllo un punto in sommità delle strutture di supporto.

Secondo quanto previsto nelle NTC2008 per la valutazione della risposta sismica di edifici esistenti in cemento armato tramite analisi statiche non lineari, le verifiche dei meccanismi duttili sono state eseguite in termini di deformazioni, mentre quelle di quelli fragili in termini di forze. Le capacità associate ai meccanismi duttili a



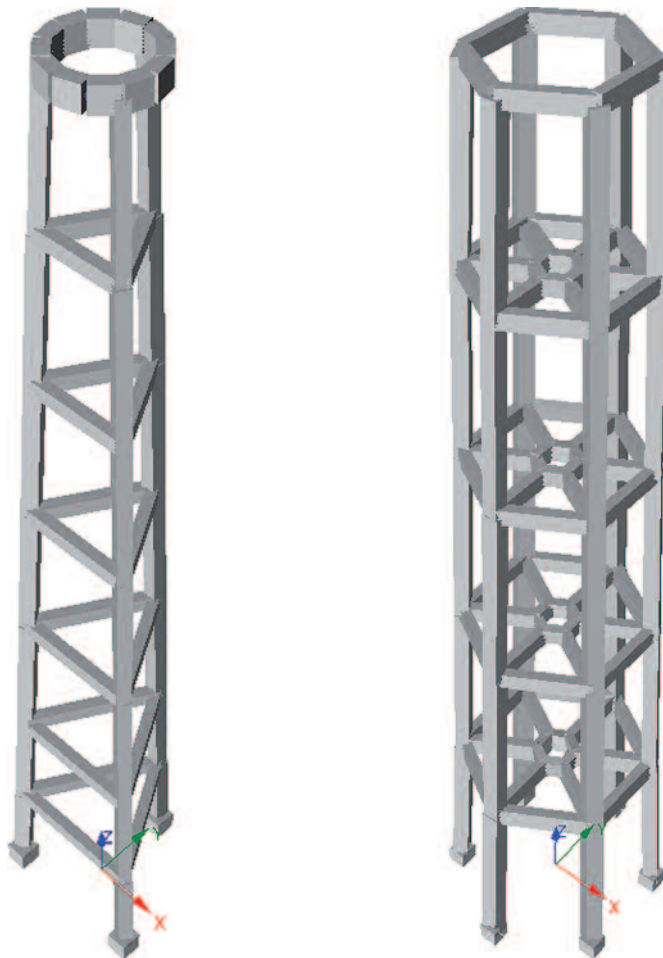


Figura 19  
Modelli tridimensionali delle  
strutture di supporto,  
Seismostruct.

flessione e pressoflessione sono state determinate in termini di rotazioni alla corda. La capacità di rotazione a collasso è stata determinata secondo la relazione proposta nelle NTC2008:

$$\theta_v = \frac{1}{\gamma_{el}} 0.016 \cdot (0.3^v) \cdot \left[ \frac{\max(0.01; \omega^l)}{\max(0.01; \omega)} f_c \right]^{0.025} \cdot \left( \frac{L_v}{h} \right)^{0.35} \cdot 25 \left( \alpha_{psx} \frac{f_{yw}}{f_c} \right) \cdot 1.25^{100\rho_d} \quad (8)$$

Dove per la spiegazione del significato dei singoli termini si può fare riferimento alla norma o a Manfredi et al., 2007. Il limite di rotazione relativo alle verifiche per lo stato limite di salvaguardia della vita è assunto pari ai 2/3 di quello associato al collasso, in accordo ai riferimenti normativi nazionali.

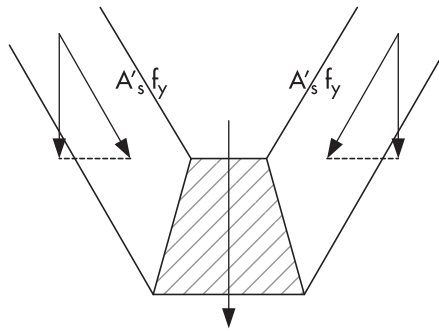
La verifica nei confronti delle rotture fragili a taglio è stata condotta confrontando la resistenza valutata come per il caso di nuove costruzioni in assenza di azioni sismiche con le sollecitazioni da analisi. Oltre alle rotture per taglio, come meccanismi fragili sono stati considerati i collassi dei nodi trave colonna non interamente confinati dei

tralicci. I nodi della struttura di supporto del serbatoio da 30 m<sup>3</sup> sono da considerare come non interamente confinati in quanto le travi di irrigidimento convergono nel nodo con angoli di 30 gradi rispetto alla direzione radiale. La verifica è stata condotta in direzione radiale determinando la componente delle sollecitazioni di trazione presenti nell'armatura longitudinale superiore delle travi convergenti nei nodi mediante considerazioni geometriche (Figura 20).

Per il serbatoio di maggior volume si è assunto che in direzione circonferenziale i nodi fossero interamente confinati, in quanto in tale direzione è presente un anello e il suo effetto può essere assimilato a due travi complanari convergenti nel nodo, la verifica è stata quindi condotta unicamente in direzione radiale dove la trave di irrigidimento si innesta nel nodo solo da un lato.

In Figura 21 sono riportate le curve di capacità osservate per la struttura di supporto del serbatoio di minore capacità, al variare della distribuzione di carico e della condizione di riempimento considerate, sulle quali sono individuati i punti di raggiungimento degli stati limite considerati. Le curve relative alla configurazione di

Figura 20  
Schema determinazione  
azioni agenti sul nodo per il  
serbatoi da 30 m<sup>3</sup>.

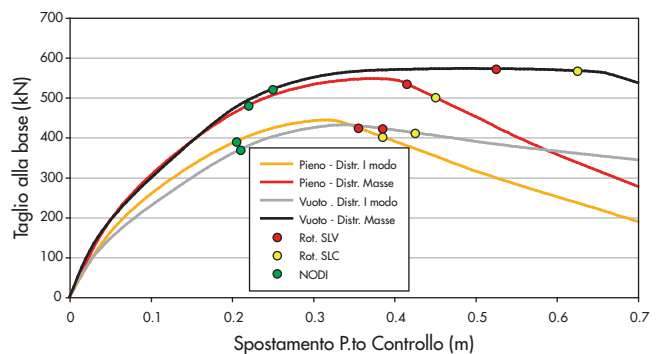
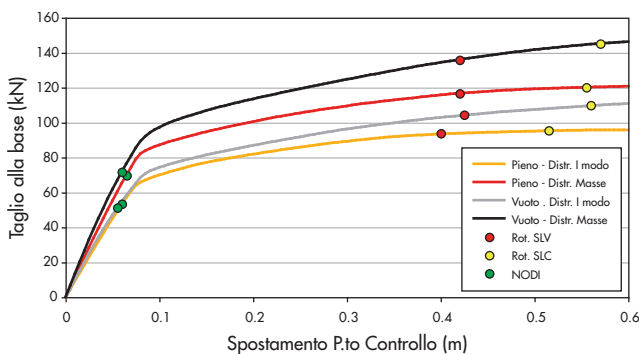


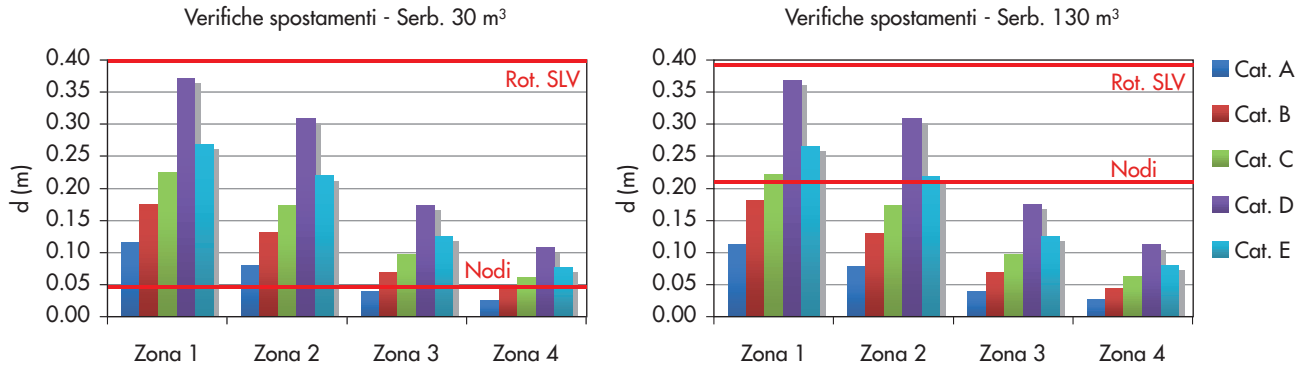
pieno carico (curva gialla e rossa in Figura 21) presentano un comportamento dopo lo snervamento caratterizzato da un maggior degrado di resistenza a causa dei fenomeni del secondo ordine rispetto a quelle ottenute in condizione di vuoto (curva grigia e nera in Figura 21). Le curve relative alle analisi eseguite con la distribuzione di forze proporzionale alle masse presentano valori di taglio alla base resistente superiori fra il 20% ed il 40% rispetto a quelli osservati con la distribuzione proporzionale al primo modo, nonostante la significativa concentrazione di massa in sommità della struttura di supporto. Tuttavia la risposta in spostamento risulta analoga fra le quattro curve, sia in termini di passaggio in campo non lineare che di stati limite identificati. La gerarchia di resistenze osservata nelle analisi lineari fra i meccanismi flessionali e quelli a taglio è risultata confermata anche nelle analisi non lineari, il raggiungimento delle resistenze a taglio degli elementi è sempre risultato successivo al collasso flessionale degli elementi. Tuttavia è importante notare come le verifiche relative ai nodi non confinati risultino sempre non soddisfatte per spostamenti inferiori al punto di snervamento, limitando fortemente la potenziale risposta duttile del traliccio legata alla gerarchia presente fra meccanismi flessionali e a taglio. Questa osservazione suggerisce l'inibizione dei collassi dei nodi come valida strategia di rinforzo per le strutture, che in questo modo sareb-

bero caratterizzate da un comportamento significativamente meno fragile. Le curve di capacità ottenute dalle analisi condotte per la struttura di supporto del serbatoio di volume 130 m<sup>3</sup> (Figura 22) mostrano come per effetto del maggiore carico in sommità, derivante dalla presenza di acqua nel serbatoio, il degrado di resistenza risulti più significativo (curva gialla e rossa in Figura 22) rispetto a quanto visto per il serbatoio di minori dimensioni. L'incremento di resistenza del traliccio in c.a. quando si ipotizza una distribuzione di forze proporzionale alle masse nell'analisi rispetto a quella proporzionale alla prima deformata modale, è confermato anche in questo caso ed è quantificabile nel 30% circa. Al contrario di quanto osservato per il serbatoio di minore volume, la risposta in spostamento risulta influenzata dalle ipotesi di analisi, in particolare dalla distribuzione di forze considerata. Anche in questo caso per tutti gli elementi le rotture fragili a taglio sono risultate sempre precedute dal collasso a flessione, tuttavia la maggiore criticità per la struttura rimane l'insoddisfatta risposta dei nodi, il cui collasso precede significativamente l'instaurarsi dei meccanismi flessionali. È da notare come il comportamento non lineare della struttura di supporto sia governata dal fenomeno P-Δ, il quale determina il raggiungimento dello stato limite di collasso duttile degli elementi per livelli di spostamento globale inferiori nel caso di completo riempimento del serbatoio.

Figura 21  
Curve di capacità -  
Serbatoio da 30 m<sup>3</sup>.

Figura 22  
Curve di capacità -  
Serbatoio da 130 m<sup>3</sup>.





Le verifiche delle strutture di supporto è stata condotta, secondo quanto previsto nei riferimenti normativi nazionali (NTC2008), confrontando le capacità in spostamento associata allo stato limite di salvaguardia della vita con le domande relative ai diversi livelli di azione sismica considerati. Al fine di valutare le domande di spostamento è stata seguita la procedura prevista dalla normativa: le curve di pushover ottenute dalle analisi sono state idealizzate mediante curve bilineari equivalenti, le cui rigidità iniziali hanno definito i periodi necessari alla determinazione delle domande in spostamento tramite gli spettri di progetto elastici.

I confronti fra domanda e capacità per i soli casi di serbatoio a pieno carico e distribuzione di forze proporzionale alla prima deformata modale sono riportati in Figure 23 e 24 per i serbatoi da 30 m³ e 130 m³ rispettivamente. I risultati confermano come la risposta delle strutture di supporto risulti potenzialmente soddisfacente e come gli scarsi dettagli dei nodi trave colonna compromettano la verifica della struttura. È da osservare inoltre come le verifiche condotte per le analisi non lineari risultino significativamente meno gravose di quelle relative alle analisi lineari precedenti, la ragione è da ricercare da un lato nella definizione di un fattore di struttura minimo,  $q = 1.5$ , dall'altro, nella minore accuratezza delle analisi lineari che deve essere com-

pensata con delle richieste più gravose in termini di verifiche. Tramite le curve bilineari equivalenti ricavate per le verifiche sono stati valutati i fattori di riduzione delle forze,  $R$ , relativi al raggiungimento dello stato limite di salvaguardia della vita per flessione e collasso dei nodi. Per il serbatoio di volume minore sono stati osservati valori nell'ordine di  $R = 4$  per le verifiche a flessione, mentre quelle relative ai nodi risultano sempre non soddisfatte nel ramo lineare della curva. Il fattore di riduzione associato a meccanismi duttili per il serbatoio da 130 m³ è risultato variabile in funzione delle ipotesi di analisi e compreso fra 2 e 2.5, mentre quello relativo alle verifiche dei nodi nell'ordine di  $R = 1.25$ . Queste osservazioni confermano l'ipotesi troppo conservativa di un fattore di struttura  $q = 1.5$  per la verifica dei meccanismi duttili in campo lineare, tuttavia evidenziano come le rotture dei nodi possano occorrere prima che la struttura esibisca un comportamento dissipativo. Risulta evidente come interventi mirati all'adeguamento dei soli nodi dei tralicci di supporto possa migliorare l'intera risposta strutturale comportando nella maggior parte dei casi considerati il soddisfacimento delle verifiche da normativa. Si nota inoltre come il comportamento duttile del traliccio di supporto del serbatoio di maggiore volume rimanga comunque limitato dall'effetto  $P-\Delta$ , dovuto al significativo volume d'acqua presente in sommità.

Figura 23  
Verifiche spostamenti -  
Serbatoio da 30 m³.

Figura 24  
Verifiche spostamenti -  
Serbatoio da 130 m³.

## 6. Conclusioni

Due serbatoi pensili esistenti in cemento armato di capacità pari a 30 m³ e 130 m³, rappresentativi di tipologie comuni su scala nazionale, sono stati verificati nei confronti delle azioni sismiche mediante diverse metodologie di analisi, lineari e non lineari, secondo quanto previsto nei recenti riferimenti normativi nazionali (NTC2008). La verifica delle strutture di supporto è stata condotta rispetto a diversi livelli di azione sismica e diverse configurazioni strati-

grafiche del sito di costruzione, assumendo due configurazioni di carico del serbatoio, a pieno carico e a vuoto.

Un metodo analitico di verifica in campo lineare è stato considerato per una stima preliminare del taglio alla base delle strutture di supporto, il quale consente una rappresentazione semplificata dell'interazione dinamica del fluido con le pareti serbatoio. I risultati ottenuti analiticamente sono stati confrontati con quelli relativi a più raffinate analisi modali con spettro di risposta con-

dotte su modelli tridimensionali dei tralicci di supporto, si è evidenziato un buon accordo dei risultati per il serbatoio di minore capacità, mentre per il secondo serbatoio si sono riscontrate significative discrepanze da imputare alle ipotesi riguardo alla definizione della rigidità della sottostruttura nel metodo analitico, poco realistiche per un serbatoio di notevoli dimensioni. È da notare tuttavia come il metodo abbia fornito in ogni caso una stima quasi sempre conservativa dello stato di sollecitazione.

Lo sviluppo di analisi statiche non lineari ha permesso di osservare come l'adozione di un fattore di struttura minimo,  $q = 1.5$ , insieme all'impiego di metodi di analisi lineari abbia comportato una sostanziale sottostima delle capacità dei tralicci di supporto. Le analisi pushover hanno inoltre evidenziato un comportamento potenzialmente duttile delle strutture, limitato dalla fragilità dei nodi trave colonna non confinati e, per il serbatoio di maggiore volume, dagli effetti del secondo ordine (P- $\Delta$ ). In particolare per il serbatoio di minore volume si è osservato un fattore di riduzione delle forze, associato al raggiungimento dello stato limite di salvaguardia della vita per meccanismi flessionali, nell'ordine di 4. I risultati ottenuti evidenziano come l'impiego di analisi non lineari consenta l'identificazione delle criticità per le strutture, come la fragilità dei nodi trave colonna, ed il conseguente sviluppo di metodologie di intervento mirate ed un complessivo risparmio dei costi di adeguamento delle strutture.

La verifica delle strutture di supporto nei confronti dello stato limite di salvaguardia della vita per i

meccanismi duttili, condotta a seguito di analisi statiche non lineari, è risultata sempre soddisfatta per entrambi i serbatoi analizzati, indipendentemente dal livello di azione sismica e dalle caratteristiche del terreno di fondazione. La verifica nei confronti del collasso dei nodi è risultata soddisfatta per il traliccio del serbatoio di minori dimensioni unicamente per le zone a minore sismicità (zona 3 e zona 4) in presenza di terreni sufficientemente rigidi (Categorie A e B). Tale verifica è risultata meno gravosa nel caso del serbatoio di maggiore volume, per cui non è risultata soddisfatta unicamente per elevati livelli di accelerazione di picco (zona 1 e zona 2) nel caso di profili stratigrafici di ridotta rigidità (Categorie B, C e D).

Sia le analisi lineari che quelle non lineari hanno evidenziato la presenza di una gerarchia fra le resistenze flessionali e quelle a taglio, non tanto da imputare ad una progettazione secondo principi antisismici quanto all'ottimizzazione nell'impiego dei materiali curata in fase di progetto allo scopo di ottimizzare i costi di realizzazione dell'opera.

L'impiego di modelli non lineari ha consentito una migliore valutazione della risposta sismica delle strutture considerate, tuttavia le analisi statiche non permettono di rappresentare l'interazione dinamica fra il fluido e la struttura. Le analisi hanno evidenziato la potenziale capacità dissipativa di queste strutture, la quale risulta funzione del volume di contenimento del serbatoio considerato, tuttavia la definizione di fattori di struttura specifici richiederà l'analisi di ulteriori casi studio e lo sviluppo di analisi in campo dinamico non lineare.

## Bibliografia

- ACI, Committee 350 (2006) - Seismic Design of Liquid-Containing Concrete Structures, ACI 350.3-06.
- ACI, Committee 371 (1998) - Guide for the Analysis, Design and Construction of Concrete-Pedestal Water Towers, ACI 371R-98.
- Calvi G.M., Nascimbene R. (2011) - Progettare i Gusci, IUSS Press.
- CEN (2005) - EN 1998-3: Eurocode 8 - Design of Structures for Earthquake Resistance - Part 3 - Assessment and Retrofitting of Buildings, Brussels.
- CEN (2006) - EN 1998-4: Eurocode 8 - Design of Structures for Earthquake Resistance - Part 4 - Silos, Tanks and Pipelines, Brussels.
- CSi, Computers and Structures, Inc. (2007) - Sap2000 v11, Static and Dynamic Finite Element Analysis

of Structures.

- Decreto Ministeriale 14 gennaio 2008 (2008) - Nuove Norme Tecniche per le Costruzioni.
- Mander J.B., Priestley M.J.N., Park R. (1998) - Theoretical stress-strain model for confined concrete, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 114(8), 1804-1826.
- Manfredi G., Masi A., Pinho R., Verderame G., Vona, M. (2007) - Valutazione degli Edifici Esistenti in Cemento Armato, IUSS Press.
- Petrini L., Pinho R., Calvi G.M. (2006) - Criteri di Progettazione Antisismica degli Edifici, IUSS Press.
- Seismosoft (2008) - SeismoStruct, A Computer Program for Static and Dynamic Nonlinear Analysis of Framed Structures, (online). Available from URL: <http://www.seismosoft.com>