

# Osservazioni sul progetto di paratie secondo gli Eurocodici e le norme tecniche per le costruzioni (NTC08)

## Comments on the design of retaining walls according to the Eurocodes and the Italian Code (NTC08)

V. Pane<sup>1</sup>, M. Cecconi<sup>2</sup>, E. Cattoni<sup>3</sup> ■

### Sommario

In questo articolo si prende in esame la progettazione geotecnica di opere di sostegno flessibili – paratie a sbalzo e ancorate – secondo le prescrizioni degli Eurocodici EC7, EC8 e della recente normativa italiana (NTC08). Per tali opere, la normativa italiana prescrive al progettista di eseguire verifiche SLU, in condizioni statiche e sismiche, secondo l'Approccio 1 dell'Eurocodice (DA1). Considerando i diversi valori dei coefficienti di sicurezza parziali per le azioni e le loro combinazioni, il progettista deve generalmente svolgere le verifiche di sicurezza in tre distinte condizioni (DA1-C1 e DA1-C2 in condizioni statiche; DA1-C2 in condizioni sismiche), al fine di valutare quella più severa nei confronti del dimensionamento geotecnico della paratia. Nell'articolo, le equazioni che soddisfano il requisito fondamentale  $E_d \leq R_d$  sono sviluppate in forma adimensionale per le tre condizioni su citate; ciò consente di individuare i gruppi adimensionali delle grandezze che governano l'equilibrio alla rotazione del sistema. Nello studio sono esaminate due semplici tipologie di strutture di sostegno - paratia a sbalzo e paratia ancorata in testa - in terreni incoerenti; per queste, è condotto uno studio parametrico considerando un ampio intervallo di valori dell'angolo di attrito del terreno, del coefficiente sismico orizzontale e dei sovraccarichi permanenti e variabili. I risultati ottenuti dallo studio, sintetizzati in grafici adimensionali, mostrano che spesso non è necessario analizzare le tre differenti condizioni di verifica e consentono di individuare immediatamente la condizione più gravosa per molte situazioni reali, in condizioni sia statiche sia sismiche; ciò conduce a una notevole utilità e semplificazione nella prassi progettuale corrente.

### Abstract

The current paper focuses on the design process of cantilever and anchored embedded retaining walls, following the prescriptions of Eurocodes EC7, EC8 and their implementation in the recent Italian Code for Constructions (NTC08). For such structures, the Italian Code recommends to perform ULS analyses in static and seismic conditions following the Eurocode Design Approach 1 (DA1). Considering the distinct values of partial factors relevant to the different actions and combinations, the designer generally has to face and perform the safety verifications for three distinct cases (DA1-C1 and DA1-C2 in static condition; DA1-C2 in seismic condition) in order to assess the most critical one. In the paper, the equations satisfying the fundamental requirement  $E_d \leq R_d$  for the three cases above are developed in a non-dimensional form; this allows to detect the non-dimensional groups (geometrical, mechanical, loading) affecting the rotational equilibrium. Two simple kinds of retaining structure are considered, namely, cantilever and singly-propped embedded walls in cohesionless soil. A parametric study is then performed by considering wide ranges of values for soil friction angle, seismic horizontal coefficient, and unfavourable permanent and variable surcharges. The results obtained from the study, which are summarised into non-dimensional plots, show that often it is not necessary to analyse the three different conditions and immediately provide the most critical case for a wide range of practical situations, in both static and seismic conditions. This leads to a significant usefulness and simplification in current design practice.

### 1. Introduzione

Il primo fondamentale passo nel progetto di opere di sostegno flessibili consiste nella determinazione della *lunghezza di infissione* che garantisce la stabilità della struttura con ragionevoli margini di sicurezza. Ciò è particolarmente vero per paratie a sbalzo e ancorate con un singolo livello di ancoraggio, per le quali la lunghezza di infissione

gioca il ruolo fondamentale nell'equilibrio alla traslazione e alla rotazione della parete.

Secondo l'Eurocodice 7, per simili strutture la sicurezza nei confronti di un cinematismo di collasso rotazionale può essere verificata secondo tre differenti approcci di progetto (DA1, DA2, DA3), mentre l'Eurocodice 8 prescrive, per il progetto in condizioni sismiche, il solo approccio

<sup>1</sup> Università degli Studi di Perugia, Perugia, Italia - ✉ panev@unipg.it

<sup>2</sup> Università degli Studi di Perugia, Perugia, Italia - ✉ cecon@unipg.it

<sup>3</sup> Università degli Studi e-Campus, Novedrate (Co), Italia - ✉ elisabetta.cattoni@uniecampus.it

DA1-Combinazione 2 con una adeguata riduzione dei parametri di resistenza del terreno.

D'altra parte la vigente normativa italiana (NTC, 2008) è ovviamente conforme agli Eurocodici 7 e 8, ma prescrive solamente l'approccio DA1 per le verifiche SLU di tipo geotecnico (GEO).

Considerando i diversi valori dei coefficienti parziali di sicurezza per le differenti azioni e loro combinazioni, in Italia e - probabilmente in altri paesi europei - *nel caso generale* il progettista deve eseguire la verifica al collasso per rotazione della struttura in tre casi distinti:

- DA1-C1, condizioni statiche;
- DA1-C2, condizioni statiche;
- DA1-C2, condizioni sismiche;

al fine di valutare la condizione più gravosa in termini di lunghezza di infissione richiesta. Peraltro, nella recente circolare esplicativa - Nuova Circolare delle Norme Tecniche per le Costruzioni (2009) - si suggerisce ulteriormente che in condizioni statiche le verifiche di tipo

GEO delle paratie possono essere condotte secondo il solo approccio DA1-C2.

Con tali premesse, lo scopo principale di questo lavoro è di semplificare e rendere più speditiva questa fase della progettazione, e in particolare:

- fornire le equazioni di equilibrio alla rotazione di una paratia a sbalzo e ancorata in testa (in terreni incoerenti) in forma adimensionale, includendo azioni sismiche e sovraccarichi. Ciò rende le equazioni di uso generale;
- fornire, per un'ampia casistica di situazioni pratiche, la condizione più severa fra le tre summenzionate.

A tale fine, è stato condotto uno studio parametrico considerando differenti valori dell'angolo di attrito del terreno, del coefficiente sismico orizzontale e dei carichi permanenti e variabili. I risultati di tale studio sono sintetizzati in diagrammi adimensionali che possono agevolmente fornire la condizione critica in numerose situazioni reali, in entrambe le condizioni statiche e sismiche.

## 2. Posizione del problema

La Figura 1 rappresenta schematicamente il problema in esame, per due distinte tipologie di paratie: una paratia a sbalzo (Figura 1a) e una paratia ancorata in testa (Figura 1b), a sostegno di una scavo verticale di altezza (h) in terreni incoerenti, in assenza di falda. In entrambi i casi vengono considerati due distinti tipi di carichi uniformemente distribuiti: sovraccarichi permanenti ( $\Delta p$ ) e sovraccarichi variabili ( $\Delta q$ ). Le pressioni interstiziali sono ovunque nulle. Per entrambe le tipologie strutturali e per le condizioni sia statiche che sismiche, la condizione di verifica è:

$$E_d \leq R_d \quad (1)$$

ove  $E_d$  è il valore di progetto dell'effetto dell'azione e  $R_d$  è il valore di progetto della resistenza del terreno. Come già accennato, il principale obiettivo dello studio è la valutazione della lun-

ghezza di infissione (d) che soddisfi l'equazione (1); a tal fine, viene considerata la sola condizione SLU di collasso per rotazione o traslazione della parete. Le caratteristiche meccaniche, geometriche e di carico che condizionano il cinematisimo di rottura sono elencate di seguito:

- altezza di scavo:  $h$
- lunghezza di infissione:  $d$
- sovraccarichi:  $\Delta p, \Delta q$
- peso dell'unità di volume del terreno:  $\gamma$
- angolo di attrito del terreno:  $\phi$
- angolo di attrito all'interfaccia parete/terreno:  $\delta = \phi/2$
- coefficiente sismico orizzontale:  $k_h$

Per queste particolari strutture, la recente normativa italiana (NTC08) prescrive, in accordo con EC7 e EC8, l'uso delle due combinazioni di calcolo dell'Approccio 1 (DA1-C1 e DA1-C2), con i valori dei coefficienti di sicurezza parziali riportati in Tabella 1. Nella stessa tabella si può osservare la sostanziale coincidenza tra detti

Figura 1  
Tipologie di opere di sostegno:  
a) paratia a sbalzo;  
b) paratia ancorata in testa.

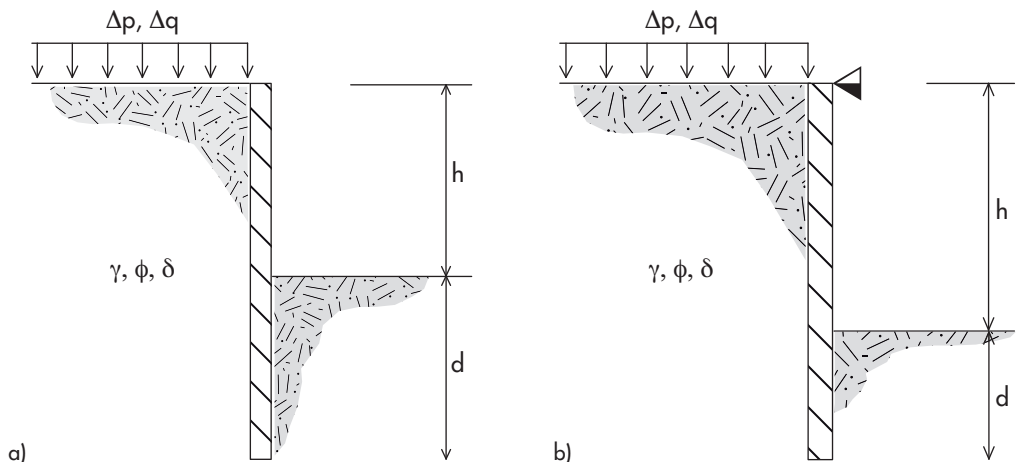


Tabella 1 - Coefficienti parziali di sicurezza - condizioni statiche e sismiche

Coefficienti parziali di sicurezza	Stat.		Sism.
	DA1-C1	DA1-C2	DA1-C2
<b>Azioni sfavorevoli</b>			
Permanenti, $\gamma_G$	1.3 [1.35]	1.0	1.0
Variabili, $\gamma_Q$	1.5	1.3	1.0
<b>Parametri geotecnici</b>			
Angolo di attrito, $\gamma_{\phi'}$	1.0	1.25	1.25
Coesione, $\gamma_{c'}$	1.0	1.25	1.25
<b>Resistenza</b>			
Resistenza del terreno, $\gamma_R$	1.0	1.0	1.0

Nota: La parentesi quadra indica il valore raccomandato da EC7

valori e quelli suggeriti dagli Eurocodici. La scelta di un valore limite dell'angolo di attrito all'interfaccia parete/terreno ( $\delta = 1/2 \phi$ ) consente - in accordo con NTC08 - di adottare la soluzione dell'equilibrio limite di Coulomb (1773) per il calcolo dei coefficienti di spinta attiva ( $K_a$ ) e passiva ( $K_p$ ). Per tali valori di  $\delta$ , infatti, questi coefficienti non differiscono sostanzialmente da quelli relativi a superfici di rottura curvilinee (es.: spirali logaritmiche). Analogamente, la ben nota equazione di Mononobe-Okabe è stata adottata

per valutare i coefficienti di spinta attiva/passiva ( $K_{ae}$ ,  $K_{pe}$ ) in condizioni sismiche (Okabe, 1924; Mononobe e Matsuo, 1929).

Nei paragrafi successivi viene dapprima sviluppata l'equazione di verifica fondamentale (equazione 1) in una forma generale adimensionale; successivamente, tale equazione viene impiegata nello studio parametrico, con l'obiettivo di individuare quale combinazione (C1 o C2) risulti più gravosa in termini di lunghezza di infissione.

### 3. Paratia a sbalzo

#### 3.1 Equazione adimensionale per le condizioni statiche (DA1-C1, DA1- C2).

In accordo con il noto metodo dell'equilibrio limite proposto da Blum (1950), per una paratia a sbalzo è sufficiente verificare l'equilibrio alla rotazione intorno ad un punto (O) posto in prossimità dell'estremità inferiore della parete. Ciò è rappresentato in Figura 2 insieme alla distribuzione delle tensioni orizzontali attive e passive, dovute al peso proprio del terreno (distribuzioni triangolari), ai sovraccarichi uniformi (distribuzione rettangolare), e alla forza concentrata ( $F_{Blum}$ ) derivante dalla ipotesi di Blum. Per questo meccanismo di collasso l'equazione (1) diventa:

$$[\gamma_G, \gamma_Q] \cdot M_{a,stat} \leq \frac{M_{p,stat}}{[\gamma_R]} \quad (2)$$

ove l'effetto delle azioni,  $E_d$ , è rappresentato dal momento "attivo" ribaltante  $M_{a,stat}$  e la resistenza di progetto  $R_d$  è rappresentata dal momento "passivo" stabilizzante  $M_{p,stat}$ ;  $\gamma_G$ ,  $\gamma_Q$ ,  $\gamma_R$  sono i coefficienti parziali di sicurezza per le azioni e le resistenze, i cui valori sono riportati in Tabella 1 per le due combinazioni di calcolo (C1 e C2). La minima lunghezza di infissione ( $d_{min}$ ), che garantisce la sicurezza del sistema, si ottiene eguagliando il momento stabilizzante e quello ribaltante:

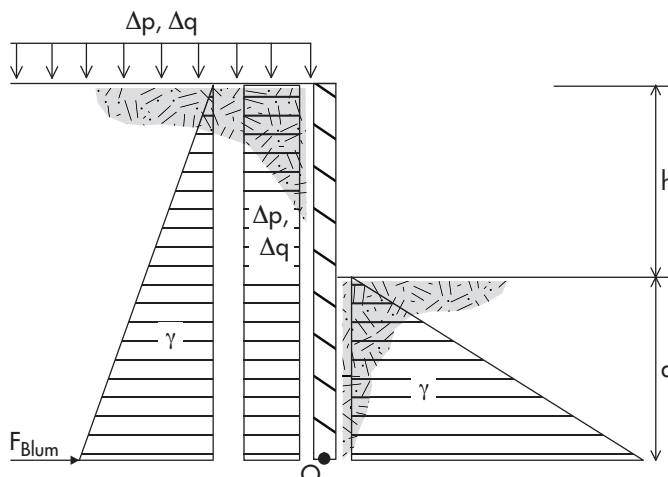


Figura 2 Paratia a sbalzo, condizioni statiche: distribuzione delle tensioni orizzontali.

$$\begin{aligned} & [\gamma_G] \cdot \frac{1}{6} \gamma K_a (h + d_{\min})^3 + [\gamma_G] \cdot K_a \cdot \frac{1}{2} \Delta p \cdot (h + d_{\min})^2 \\ & + [\gamma_Q] \cdot K_a \cdot \frac{1}{2} \Delta q \cdot (h + d_{\min})^2 = \frac{1}{6} \gamma K_p d_{\min}^3 \end{aligned} \quad (3)$$

Questa equazione può essere convenientemente scritta nella seguente forma adimensionale:

$$\begin{aligned} & \left[ 1 - \frac{K_p}{[\gamma_G] \cdot K_a} \right] \cdot \left( \frac{d_{\min}}{h} \right)^3 + \\ & + 3 \cdot \left[ 1 + \frac{\Delta p}{\gamma h} + \frac{[\gamma_Q] \Delta q}{[\gamma_G] \gamma h} \right] \cdot \left( \frac{d_{\min}}{h} \right)^2 + \\ & + 3 \cdot \left[ 1 + \frac{2\Delta p}{\gamma h} + \frac{[\gamma_Q] 2\Delta q}{[\gamma_G] \gamma h} \right] \cdot \left( \frac{d_{\min}}{h} \right) + \\ & + \left[ 1 + \frac{3\Delta p}{\gamma h} + \frac{[\gamma_Q] 3\Delta q}{[\gamma_G] \gamma h} \right] = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Infine, per entrambe le combinazioni C1 e C2, l'equazione (4) può essere abbreviata nella seguente forma:

$$K \cdot \left( \frac{d_{\min}}{h} \right)^3 + a \cdot \left( \frac{d_{\min}}{h} \right)^2 + b \cdot \left( \frac{d_{\min}}{h} \right) + c = 0 \quad (5)$$

avvalendosi dei seguenti *gruppi adimensionali*:

$$\begin{aligned} K &= 1 - \frac{K_p}{[\gamma_G] K_a} \\ a &= 3 \cdot \left( 1 + \frac{\Delta p}{\gamma h} + \frac{[\gamma_Q] \Delta q}{[\gamma_G] \gamma h} \right) \\ b &= 3 \cdot \left( 1 + \frac{2\Delta p}{\gamma h} + \frac{[\gamma_Q] 2\Delta q}{[\gamma_G] \gamma h} \right) \\ c &= \left( 1 + \frac{3\Delta p}{\gamma h} + \frac{[\gamma_Q] 3\Delta q}{[\gamma_G] \gamma h} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

Si noti che il rapporto di infissione ( $d_{\min}/h$ ) è un *gruppo geometrico*,  $a$ ,  $b$  e  $c$  sono *gruppi di carico* e  $K$  rappresenta un *gruppo meccanico* che dipende dai coefficienti di spinta del terreno  $K_a$  e  $K_p$ ; questi ultimi possono essere assunti con i loro valori caratteristici ( $K_{a,k}$  e  $K_{p,k}$ ) o con i loro valori di progetto ( $K_{a,d}$  e  $K_{p,d}$ ), a seconda della combinazione di calcolo considerata (C1 o C2).

L'equazione (5) è una cubica nell'unica incognita ( $d_{\min}/h$ ) che può essere agevolmente risolta (ad es. per tentativi) per la determinazione della minima lunghezza di infissione.

### 3.2 Studio parametrico per le condizioni statiche (DA1-C1, DA1-C2).

Con l'obiettivo di determinare quale combinazione (C1 o C2) sia più severa per l'equilibrio alla rotazione della paratia, è stato condotto uno studio parametrico in cui i gruppi adimen-

sionali sono stati variati in un ampio intervallo di valori. In particolare, i *sovraccarichi normalizzati* ( $\Delta p/\gamma h$  e  $\Delta q/\gamma h$ ) sono stati variati tra 0 e 0.5, coprendo in tal modo la maggior parte delle situazioni reali.

Un modo sintetico ed efficace di rappresentare i risultati dello studio parametrico è quello di individuare le condizioni per le quali le due combinazioni (C1 e C2) forniscono lo stesso valore del rapporto di infissione ( $d_{\min}/h$ ). A tal fine, la Figura 3 mostra le combinazioni (*loci*) degli angoli di attrito ( $\phi_k$ ) e dei *sovraccarichi normalizzati* che soddisfano la seguente identità:

$$\left( \frac{d_{\min}}{h} \right)_{DA1-C1} \equiv \left( \frac{d_{\min}}{h} \right)_{DA1-C2} \quad (7)$$

In sostanza, la regione a destra di ciascuna curva in Figura 3 identifica le condizioni ( $\Delta q/\gamma h$ ,  $\phi$ ) per le quali la combinazione C2 risulta più severa della C1, conducendo ad una maggiore lunghezza di infissione; il caso opposto si verifica a sinistra di ciascuna curva, ove la combinazione C1 risulta più conservativa della C2.

Dall'esame della Figura 3 si deduce immediatamente che quest'ultimo caso si verifica per valori molto bassi – e irrealistici – dell'angolo di attrito caratteristico ( $\phi_k < 15^\circ$ ); per valori maggiori – e più realistici – di  $\phi_k$ , la combinazione C2 risulta sempre più gravosa, per qualunque valore plausibile dei sovraccarichi. Pertanto, al fine di determinare un valore adeguato della lunghezza di infissione di una paratia a sbalzo, è sufficiente analizzare la sola combinazione C2. Dalla Figura 3 si può inoltre notare che il valore  $\phi_k = 14.8 \approx 15^\circ$  può essere considerato un "valore di soglia" di  $\phi_k$  in assenza di sovraccarichi variabili ( $\Delta q = 0$ ); questo valore di soglia diminuisce ulteriormente al crescere dei sovraccarichi variabili ( $\Delta q$ ) e al diminuire di quelli permanenti ( $\Delta p$ ).

I valori del minimo rapporto di infissione ( $d_{\min}/h$ ) che soddisfano le combinazioni DA1-C1 e DA1-C2 sono diagrammati anche nelle Figure 4a), b) e c) per tre differenti valori dell'angolo di attrito  $\phi_k = 25^\circ$ ,  $35^\circ$  e  $45^\circ$ . Dalle figure si può nuovamente osservare che, per un assegnato set di sovraccarichi  $\Delta q$  e  $\Delta p$ , i rapporti di infissione che derivano dalla combinazione C2 (simboli vuoti) sono sistematicamente maggiori di quelli derivanti dalla combinazione C1, e che la differenza tra le due combinazioni aumenta al crescere dell'angolo di attrito.

Vale la pena notare che le Figure 4 possono essere utilmente e facilmente impiegate per il progetto geotecnico di paratie a sbalzo, in quanto esse immediatamente forniscono, per un generico assegnato set di valori ( $h$ ,  $\phi_k$ ,  $\gamma$ ,  $\Delta p$ ,  $\Delta q$ ), la minima profondità di infissione ( $d_{\min}$ ) ottenuta dall'Approccio DA1; tali valori di  $d_{\min}$

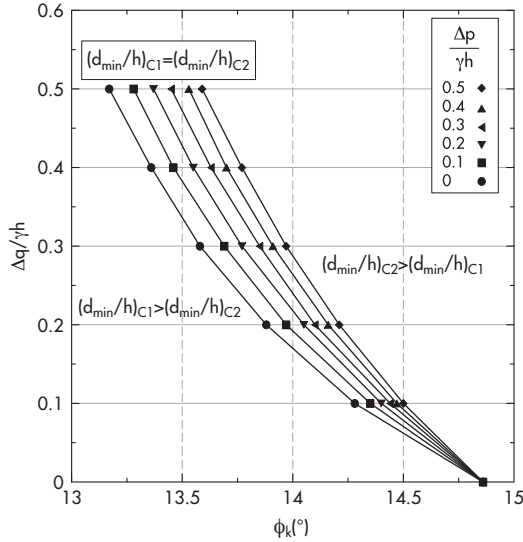


Figura 3  
Paratia a sbalzo, Approccio DA1, condizioni statiche: luoghi dei punti per cui C1 e C2 forniscono lo stesso  $d_{min}$ .

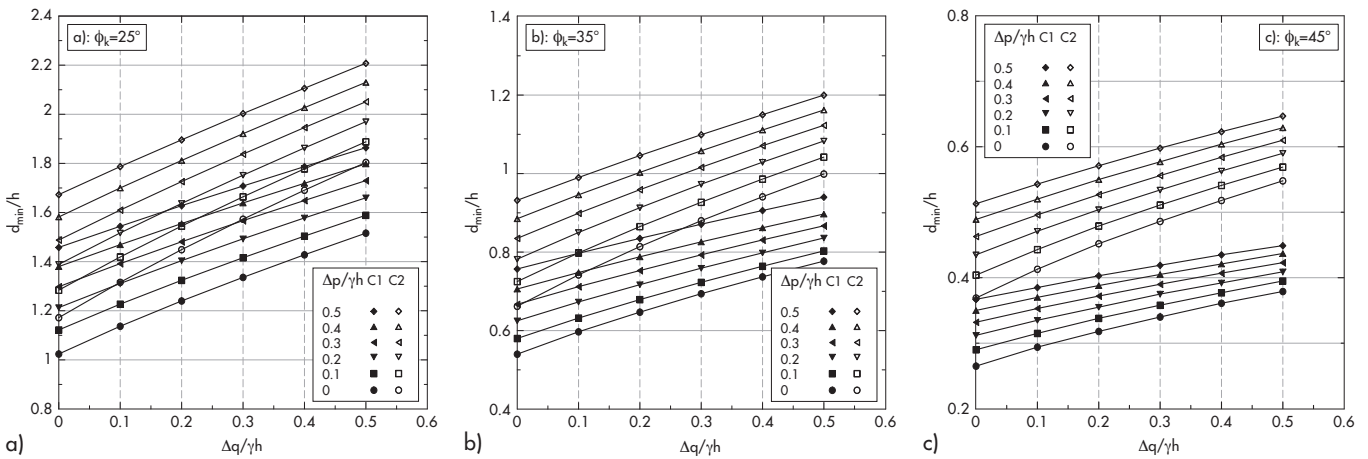


Figura 4  
Paratia a sbalzo, Approccio DA1, condizioni statiche: lunghezza di infissione; a)  $\phi_k = 25^\circ$ ; b)  $\phi_k = 35^\circ$ ; c)  $\phi_k = 45^\circ$ .

derivano dall'applicazione del metodo di Blum e, in quanto tali, devono essere lievemente incrementati come consueto nella pratica ingegneristica (es:  $d = 1.2 d_{Blum}$ ).

### 3.3 Equazione adimensionale per le condizioni sismiche (DA1-C2).

Per le verifiche GEO di strutture di sostegno flessibili in condizioni sismiche, sia NTC08 che EC8 suggeriscono l'impiego della combinazione DA1-C2; risulta evidente, infatti, che questa combinazione è sempre più severa della DA1-C1 in quanto, in condizioni sismiche, i coefficienti parziali di sicurezza delle azioni ( $\gamma_G, \gamma_Q$ ) vengono assunti unitari (v. Tabella 1).

In presenza di sovraccarichi variabili  $\Delta q$  – oltre ai sovraccarichi permanenti  $\Delta p$  e alle azioni sismiche – sia la normativa italiana sia quella europea introducono dei coefficienti di combinazione  $\Psi_2$  (EN1998-1, § 3.2.4; NTC08, § 2.5.3); questi coefficienti sono minori dell'unità, dato che la probabilità che si verifichino simultaneamente azioni sismiche ed elevati sovraccarichi variabili è piuttosto modesta.

La Figura 5 mostra schematicamente le distribu-

zioni delle tensioni orizzontali in condizioni sismiche; per semplicità, e in conformità al cinematiso di collasso ipotizzato, è stato assunto che l'incremento di spinta attiva ( $\Delta S_{ae}$ ) ed il decremento di resistenza passiva ( $\Delta R_{pe}$ ), indotti dal sisma, abbiano lo stesso punto di applicazione delle spinte statiche (v. NTC08, § 7.11.6.2.1). Uguagliando il momento stabilizzante e quello ribaltante, si ottiene:

$$[\gamma_G] \cdot \frac{1}{6} \gamma K_{ae,d} (h + d_{min})^3 +$$

$$+ [\gamma_G] \cdot K_{ae,d} \cdot \frac{1}{2} \Delta p \cdot (h + d_{min})^2 +$$

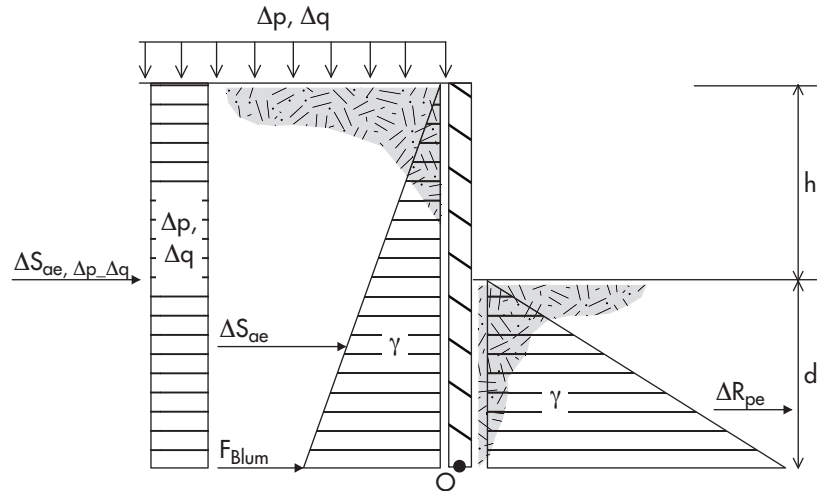
$$+ [\gamma_Q] \cdot K_{ae,d} \cdot \frac{1}{2} \Psi_2 \cdot \Delta q \cdot (h + d_{min})^2 = \frac{1}{6} \gamma K_{pe,d} d_{min}^3$$

(8)

In analogia al caso statico, questa equazione può essere riscritta in forma adimensionale, si veda equazione (5):

$$K \cdot \left(\frac{d_{min}}{h}\right)^3 + a \cdot \left(\frac{d_{min}}{h}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{d_{min}}{h}\right) + c = 0$$

Figura 5  
Paratia a sbalzo, condizioni  
sismiche: distribuzione delle  
tensioni orizzontali.



ove:

$$\begin{aligned}
 K &= 1 - \frac{K_{pe,d}}{K_{ae,d}} \\
 a &= 3 \cdot \left( 1 + \frac{\Delta p}{\gamma h} + \psi_2 \cdot \frac{\Delta q}{\gamma h} \right) \\
 b &= 3 \cdot \left( 1 + \frac{2\Delta p}{\gamma h} + \psi_2 \cdot \frac{2\Delta q}{\gamma h} \right) \\
 c &= \left( 1 + \frac{3\Delta p}{\gamma h} + \psi_2 \cdot \frac{3\Delta q}{\gamma h} \right)
 \end{aligned} \tag{9}$$

In questo caso, il coefficiente K oltre che dipendere dalla resistenza a taglio del terreno (attraverso l'angolo di attrito  $\phi$ ), dipende anche dal coefficiente sismico orizzontale  $k_h$  attraverso i coefficienti di spinta sismici  $K_{ae,d}$  e  $K_{pe,d}$  calcolabili con la soluzione di Mononobe-Okabe o altre simili equazioni pseudo-statiche (Lancellotta, 2007). Si noti che, in accordo con DA1-C2, i coefficienti di spinta sismici rappresentano i valori di progetto determinati con  $\phi = \phi_d$ . I rimanenti coefficienti di sicurezza parziali per le

Tabella 2 - Equazione adimensionale (5). Gruppi meccanici e di carico per paratia a sbalzo e paratia ancorata in testa, in condizioni statiche e sismiche

Eq. (5): $K \cdot \left(\frac{d_{min}}{h}\right)^3 + a \cdot \left(\frac{d_{min}}{h}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{d_{min}}{h}\right) + c = 0$		
PARATIA A SBALZO	CONDIZIONI STATICHE	CONDIZIONI SISMICHE (C2)
K	$1 - \frac{K_p}{[\gamma_G] K_a}$	$1 - \frac{K_{pe,d}}{K_{ae,d}}$
a	$3 \cdot \left( 1 + \frac{\Delta p}{\gamma h} + \frac{[\gamma_Q]}{[\gamma_G]} \frac{\Delta q}{\gamma h} \right)$	$3 \cdot \left( 1 + \frac{\Delta p}{\gamma h} + \psi_2 \cdot \frac{\Delta q}{\gamma h} \right)$
b	$3 \cdot \left( 1 + \frac{2\Delta p}{\gamma h} + \frac{[\gamma_Q]}{[\gamma_G]} \frac{2\Delta q}{\gamma h} \right)$	$3 \cdot \left( 1 + \frac{2\Delta p}{\gamma h} + \psi_2 \cdot \frac{2\Delta q}{\gamma h} \right)$
c	$\left( 1 + \frac{3\Delta p}{\gamma h} + \frac{[\gamma_Q]}{[\gamma_G]} \frac{3\Delta q}{\gamma h} \right)$	$\left( 1 + \frac{3\Delta p}{\gamma h} + \psi_2 \cdot \frac{3\Delta q}{\gamma h} \right)$
PARATIA ANCORATA IN TESTA	CONDIZIONI STATICHE	CONDIZIONI SISMICHE (C2)
K	$1 - \frac{K_p}{[\gamma_G] K_a}$	$1 - \frac{K_{pe,d}}{K_{ae,d}}$
a	$3 \cdot \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta p}{\gamma h} + \frac{1}{2} \frac{[\gamma_Q]}{[\gamma_G]} \frac{\Delta q}{\gamma h} - \frac{1}{2} \frac{K_p}{[\gamma_G] K_a} \right)$	$3 \cdot \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta p}{\gamma h} + \psi_2 \cdot \frac{1}{2} \frac{\Delta q}{\gamma h} - \frac{1}{2} \frac{K_{pe,d}}{K_{ae,d}} \right)$
b	$3 \cdot \left( 1 + \frac{\Delta p}{\gamma h} + \frac{[\gamma_Q]}{[\gamma_G]} \frac{\Delta q}{\gamma h} \right)$	$3 \cdot \left( 1 + \frac{\Delta p}{\gamma h} + \psi_2 \cdot \frac{\Delta q}{\gamma h} \right)$
c	$\left( 1 + \frac{3}{2} \frac{\Delta p}{\gamma h} + \frac{3}{2} \frac{[\gamma_Q]}{[\gamma_G]} \frac{\Delta q}{\gamma h} \right)$	$\left( 1 + \frac{3}{2} \frac{\Delta p}{\gamma h} + \psi_2 \cdot \frac{3}{2} \frac{\Delta q}{\gamma h} \right)$

azioni e per le resistenze sono riportati nella Tabella 1. Per comodità del lettore, la Tabella 2 riassume sinteticamente le espressioni dei *gruppi meccanici* e di *carico* che compaiono nell'equazione (5), in condizioni statiche e sismiche.

### 3.4 Studio parametrico per le condizioni sismiche (DA1- C2)

Nell'obiettivo di valutare se le condizioni statiche possano essere più severe di quelle sismiche nei confronti del dimensionamento geotecnico, è stato condotto uno studio parametrico secondo DA1-C2. A tale scopo, i gruppi adimensionali definiti dalle equazioni (9) sono stati variati in un ampio intervallo di valori per rappresentare la gran parte dei casi reali; in particolare, sono stati considerati tre valori caratteristici dell'angolo di attrito ( $\phi_k = 25^\circ, 35^\circ, 45^\circ$ ), e sovraccarichi normalizzati ( $\Delta p/\gamma h$  e  $\Delta q/\gamma h$ ) compresi nell'intervallo  $0 \div 0.5$ . Infine, il coefficiente di combinazione dei carichi  $\Psi_2$  è stato variato nell'ampio intervallo  $0.2 \div 0.8$ , ovvero tra il minimo e il massimo valore indicati nelle NTC08.

Ancora una volta, un modo efficace e sintetico di rappresentare i risultati dello studio parametrico consiste nell'individuare le condizioni per le quali il caso statico e sismico conducono allo stesso rapporto di infissione ( $d_{min}/h$ ). Ciò è rappresentato nella Figura 6 che riporta – per un assegnato valore dell'angolo di attrito e per i due valori limite del coefficiente di combinazione  $\Psi_2$  – le combinazioni (*loci*) dei coefficienti sismici  $k_h$  e dei sovraccarichi che soddisfano la seguente identità:

$$\left(\frac{d_{min}}{h}\right)_{DA1-C2,STAT} \equiv \left(\frac{d_{min}}{h}\right)_{DA1-C2,SISM} \quad (10)$$

Nelle tre figure, la regione a destra di ciascuna curva definisce la condizione ( $k_h; (\Delta q/\gamma h)$ ) per la quale il caso sismico è più severo di quello

statico, conducendo ad una maggiore lunghezza di infissione della parete; al contrario, la regione a sinistra della generica curva indica la condizione opposta, per la quale la verifica statica risulta più gravosa di quella sismica.

Dall'esame della Figura 6 si osserva che, per ogni combinazione di valori  $\phi_k, \Delta q/\gamma h, \Delta p/\gamma h$ , esiste un "valore di soglia" di  $k_h$  al di sopra del quale la condizione sismica risulta più severa di quella statica, dando luogo a valori più alti del rapporto di infissione ( $d_{min}/h$ ).

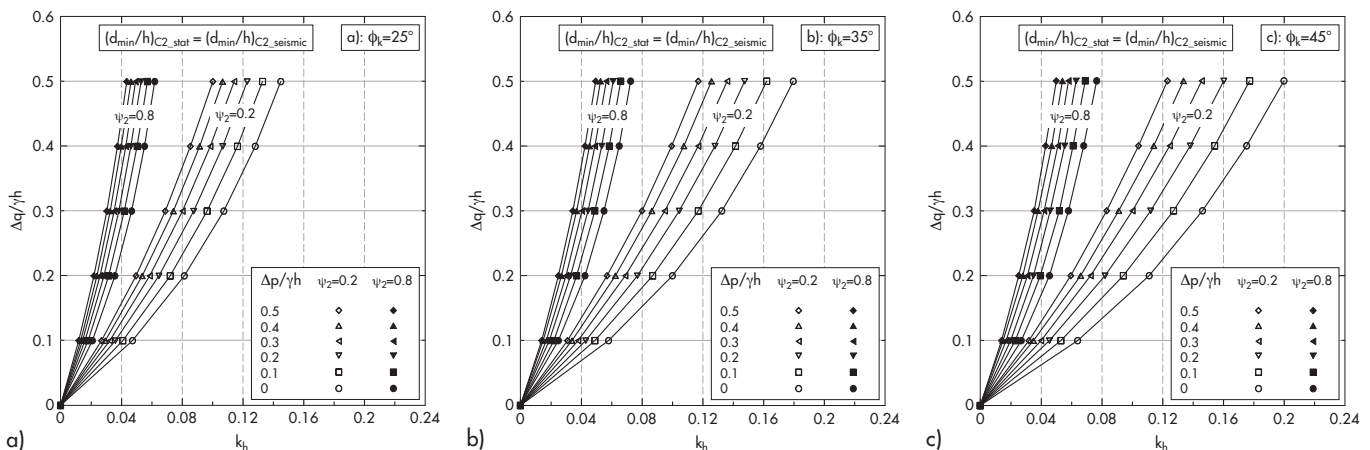
Più precisamente, l'analisi delle Figure 6a), b) e c) evidenzia che:

- Tutte le curve passano per l'origine degli assi. Ciò implica che, in assenza di sovraccarichi variabili ( $\Delta q = 0$ ), la condizione sismica è *sempre* più gravosa di quella statica.
- La precedente affermazione non vale in presenza di elevati sovraccarichi variabili. Difatti, i maggiori *valori di soglia* di  $k_h$  si ottengono quando  $\Delta q \gg 0$  e  $\Delta p = 0$ , e per bassi valori dei coefficienti di combinazione  $\Psi_2$ .
- Valori realistici di  $\Delta q/\gamma h$  sono presumibilmente minori<sup>4</sup> di 0.3; pertanto, si può affermare che per valori di  $k_h > 0.10 \div 0.15$  la condizione sismica è *sempre* più gravosa di quella statica.

A titolo di esempio, per  $\phi_k = 35^\circ, k_h = 0.1, \Delta p = 0$  e  $\Psi_2 = 0.2$ , dalla Figura 6b) risulta che la condizione statica è certamente più severa di quella sismica se – e solo se –  $\Delta q/\gamma h > 0.2$ . Questo valore del rapporto  $\Delta q/\gamma h$  si dimezza quando  $k_h$  si riduce a 0.06.

Si noti che le precedenti conclusioni valgono anche nel caso in cui si adotti la soluzione di Lancellotta (2007) – anziché quella di Mononobe-Okabe – per la valutazione del coefficiente di spinta passiva  $K_{pe}$ ; in questo caso infatti, non riportato per brevità, i *valori di soglia* di  $k_h$  subiscono un aumento irrilevante ai fini pratici (3 ÷ 4%), rispetto a quelli qui mostrati.

Figura 6  
Paratia a sbalzo, Approccio DA1-C2, luogo dei punti per cui le condizioni statiche e sismiche forniscono lo stesso  $d_{min}$ ;  
a)  $\phi_k = 25^\circ$ ;  
b)  $\phi_k = 35^\circ$ ;  
c)  $\phi_k = 45^\circ$ .



<sup>4</sup> Ad esempio, per un'altezza di scavo h di soli 3 m, il valore  $\Delta q/\gamma h = 0.3$  corrisponde ad un sovraccarico relativamente alto ( $\Delta q \approx 20$  kPa).

#### 4. Paratia ancorata in testa

##### 4.1 Equazione adimensionale e studio parametrico per le condizioni statiche (DA1-C1, DA1-C2)

Il confronto tra le combinazioni C1 e C2 viene ora rivolto al dimensionamento statico di paratie ancorate in testa. La geometria del problema è mostrata nella Figura 7, insieme alla distribuzione delle tensioni orizzontali attive e passive dovute al peso proprio del terreno e ai sovraccarichi uniformi. Per semplicità, si assume che il vincolo in testa sia rigido; in tale configurazione, la rotazione rigida intorno al punto di ancoraggio costituisce l'unico cinematismo di collasso. La verifica di sicurezza SLU nei confronti di tale cinematismo è ancora rappresentata dall'equazione (2):

$$[\gamma_G, \gamma_Q] \cdot M_{a,stat} \leq \frac{M_{p,stat}}{[\gamma_R]}$$

ove i valori del momento stabilizzante e ribaltante sono valutati rispetto alla sommità della parete. La minima lunghezza di infissione ( $d_{min}$ ) è determinata dall'uguaglianza tra il momento

stabilizzante e ribaltante rispetto al punto di ancoraggio, vale a dire:

$$\begin{aligned} & [\gamma_G] \cdot \frac{1}{2} \gamma K_a (h + d_{min})^2 \cdot \frac{2}{3} (h + d_{min}) + \\ & + [\gamma_G] \cdot K_a \cdot \frac{1}{2} \Delta p \cdot (h + d_{min})^2 + \\ & + [\gamma_Q] \cdot K_a \cdot \frac{1}{2} \Delta q \cdot (h + d_{min})^2 = \\ & = \frac{1}{2} \gamma K_p d_{min}^2 \cdot \left( \frac{2}{3} d_{min} + h \right) \end{aligned} \quad (11)$$

Questa equazione può essere nuovamente riscritta nella seguente forma adimensionale, equazione (5):

$$K \cdot \left( \frac{d_{min}}{h} \right)^3 + a \cdot \left( \frac{d_{min}}{h} \right)^2 + b \cdot \left( \frac{d_{min}}{h} \right) + c = 0$$

che risulta formalmente identica a quella ottenuta per la paratia a sbalzo. In questo caso, i gruppi adimensionali sono così definiti:

Figura 7  
Paratia ancorata in testa,  
condizioni statiche:  
distribuzione delle tensioni  
orizzontali.

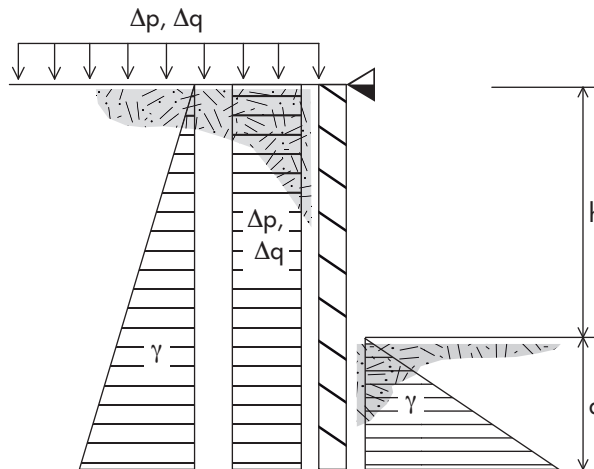
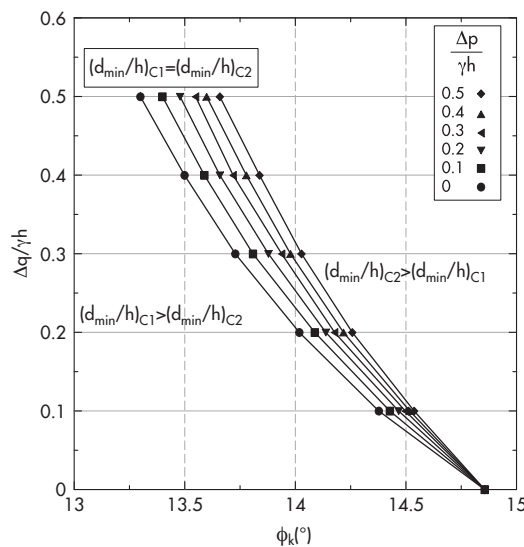


Figura 8  
Paratia ancorata in testa,  
Approccio DA1, condizioni  
statiche: luoghi dei punti  
per cui C1 e C2 forniscono  
lo stesso  $d_{min}$ .





$$K = 1 - \frac{K_p}{[\gamma_G] \cdot K_a}$$

$$a = 3 \cdot \left( 1 + \frac{\Delta p}{2\gamma h} + \frac{[\gamma_Q] \Delta q}{[\gamma_G] 2\gamma h} - \frac{K_p}{2 \cdot [\gamma_G] \cdot K_a} \right) \quad (12)$$

$$b = 3 \cdot \left( 1 + \frac{\Delta p}{\gamma h} + \frac{[\gamma_Q] \Delta q}{[\gamma_G] \gamma h} \right)$$

$$c = \left( 1 + \frac{3\Delta p}{2\gamma h} + \frac{[\gamma_Q] 3\Delta q}{[\gamma_G] 2\gamma h} \right)$$

Il confronto tra le equazioni (12) e le analoghe equazioni (6), valide per la paratia a sbalzo, rivela che i gruppi  $K$ ,  $b$ ,  $c$  sono definiti dalle medesime grandezze, mentre il gruppo  $a$  è differente, essendo funzione sia delle grandezze meccaniche sia dei sovraccarichi. Seguendo la stessa procedura adottata precedentemente per la paratia a sbalzo, è stato condotto uno studio parametrico per individuare quale combinazione di progetto (C1 o C2) sia più severa per la determinazione del rapporto di infissione ( $d_{min}/h$ ). I risultati sono rappresentati sinteticamente nella Figura 8 che mostra le combinazioni (*loci*) degli angoli di attrito ( $\phi_k$ ) e dei sovraccarichi ( $\Delta q/\gamma h$ ) che soddisfano la seguente identità, equazione (7):

$$\left( \frac{d_{min}}{h} \right)_{DA1-C1} \equiv \left( \frac{d_{min}}{h} \right)_{DA1-C2}$$

Si noti che la Figura 8 relativa alla paratia ancorata è sostanzialmente identica alla Figura 3 valida per la paratia a sbalzo. Pertanto, le conclusioni delineate nel § 3.2 restano valide anche per la paratia ancorata, sebbene i valori del minimo rapporto di infissione ( $d_{min}/h$ ) – diagrammati nelle Figure 9 – sono sensibilmente minori. Inoltre, vale la pena rimarcare che queste ultime figure forniscono immediatamente, per un set di parametri in input ( $h$ ,  $\phi_k$ ,  $\gamma$ ,  $\Delta p$ ,  $\Delta q$ ) comunque assegnato, il minimo rapporto di infissione ottenuto dall’approccio DA1. Per comodità del lettore, la Tabella 2, già richia-

mata nel caso della paratia a sbalzo, riassume sinteticamente le espressioni dei *gruppi meccanici* e *di carico* che compaiono nell’equazione risolutiva (5) in condizioni sia statiche che sismiche.

#### 4.2 Equazione adimensionale e studio parametrico per le condizioni sismiche (DA1-C2)

La Figura 10 mostra le distribuzioni delle pressioni del terreno in condizioni sismiche; per semplicità il punto di applicazione della spinta sismica – attiva e passiva – è assunto coincidente con quello delle spinte statiche. Dall’uguaglianza dei momenti stabilizzante e ribaltante si ottiene:

$$[\gamma_G] \cdot \frac{1}{2} \gamma K_{ae,d} (h + d_{min})^2 \cdot \frac{2}{3} (h + d_{min}) +$$

$$+ [\gamma_G] \cdot K_{ae,d} \cdot \frac{1}{2} \Delta p \cdot (h + d_{min})^2 +$$

$$+ [\gamma_Q] \cdot K_{ae,d} \cdot \frac{1}{2} \cdot \psi_2 \cdot \Delta q \cdot (h + d_{min})^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \gamma K_{pe,d} d_{min}^2 \cdot \left( \frac{2}{3} d_{min} + h \right) \quad (13)$$

In analogia al caso statico, la precedente equazione può essere riscritta in forma adimensionale, equazione (5):

$$K \cdot \left( \frac{d_{min}}{h} \right)^3 + a \cdot \left( \frac{d_{min}}{h} \right)^2 + b \cdot \left( \frac{d_{min}}{h} \right) + c = 0$$

ove, considerando che sia  $\gamma_G$ , sia  $\gamma_Q$  sono uguali a 1, i gruppi adimensionali valgono:

$$K = 1 - \frac{K_{pe,d}}{K_{ae,d}}$$

$$a = 3 \cdot \left( 1 + \frac{\Delta p}{2\gamma h} + \psi_2 \frac{\Delta q}{2\gamma h} - \frac{K_{pe,d}}{2 \cdot K_{ae,d}} \right) \quad (14)$$

$$b = 3 \cdot \left( 1 + \frac{\Delta p}{\gamma h} + \psi_2 \frac{\Delta q}{\gamma h} \right)$$

$$c = \left( 1 + \frac{3\Delta p}{2\gamma h} + \psi_2 \frac{3\Delta q}{2\gamma h} \right)$$

Figura 9  
Paratia ancorata,  
Approccio DA1, condizioni  
statiche: lunghezza di  
infissione;  
a)  $\phi_k = 25^\circ$ ;  
b)  $\phi_k = 35^\circ$ ;  
c)  $\phi_k = 45^\circ$ .

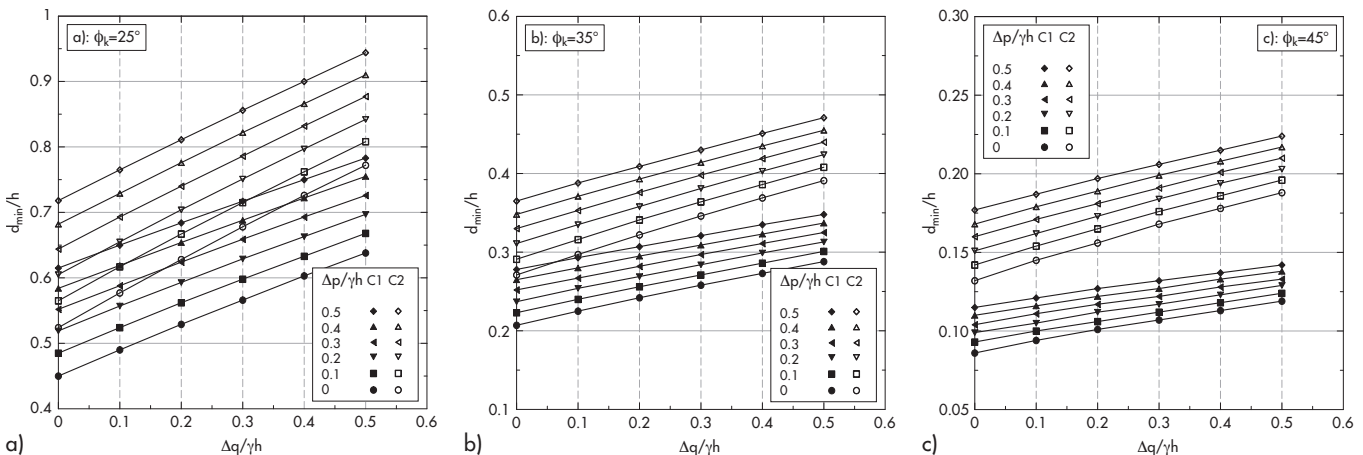
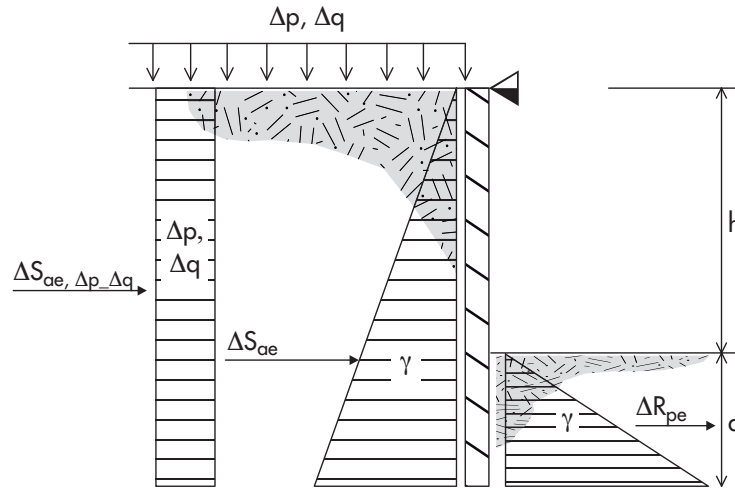


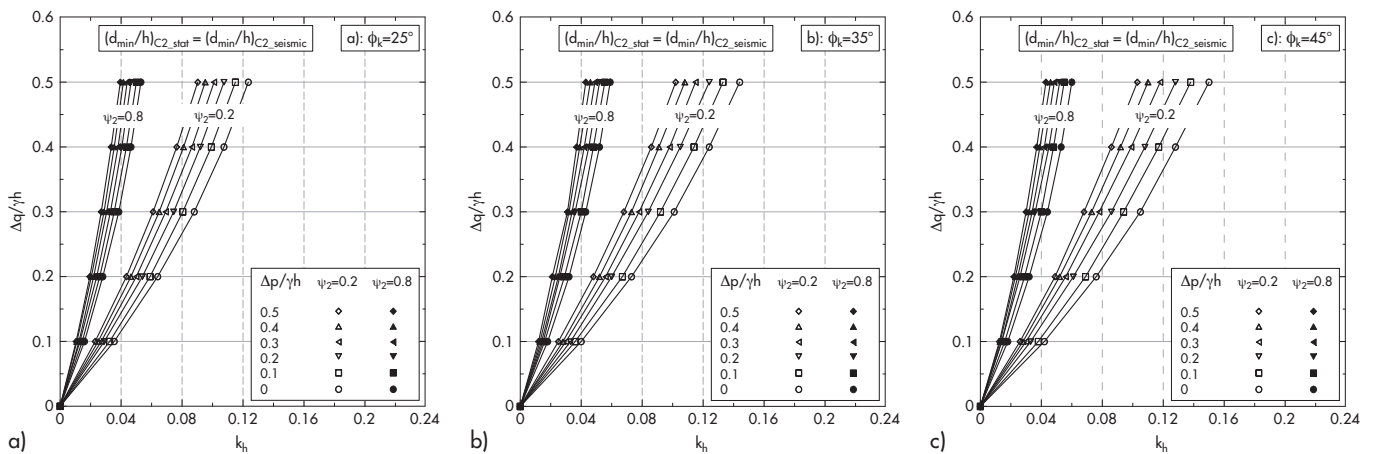
Figura 10  
Paratia ancorata in testa,  
condizioni sismiche:  
distribuzione delle tensioni  
orizzontali.



Analogamente a quanto già descritto al paragrafo §3.4 per la paratia a sbalzo, i risultati dello studio parametrico finalizzato al confronto tra le condizioni statiche e sismiche sono riportati nella Figura 11, per tre distinti valori dell'angolo di attrito,  $\phi_k$ . Anche in questo caso è importante osservare la forte similitudine tra le curve riportate nelle Figure 6 – relative alla

paratia a sbalzo – e quelle delle Figure 11 relative alla paratia ancorata. Difatti, queste ultime sono solo leggermente traslate a sinistra: pertanto le conclusioni evidenziate nel paragrafo §3.4 risultano valide anche per la paratia ancorata, con l'unica differenza che i valori di soglia del coefficiente sismico orizzontale ( $k_h$ ) sono lievemente minori.

Figura 11  
Paratia ancorata, Approccio  
DA1-C2: luogo geometrico  
dei punti per cui le  
condizioni statiche e sismiche  
forniscono lo stesso  $d_{min}$ ;  
a)  $\phi_k = 25^\circ$ ;  
b)  $\phi_k = 35^\circ$ ;  
c)  $\phi_k = 45^\circ$ .



### 5. Esempio di calcolo

Di seguito si fornisce un esempio di calcolo per evidenziare l'utilità e la facilità di impiego dei diagrammi riportati in questa nota. Una paratia a sbalzo sostiene uno scavo di altezza 5 m in sabbia mediamente addensata; forti sovraccarichi da traffico agiscono a tergo dell'opera. I dati in input valgono:

- $h = 5 \text{ m}$
- $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$
- $\phi_k = 35^\circ$
- $\Delta p = 5 \text{ kPa}$
- $\Delta q = 20 \text{ kPa}$
- $\Psi_2 = 0.2$

Dai valori su elencati si ricava  $\Delta p/\gamma h = 0.05$ ,  $\Delta q/\gamma h = 0.2$ .

#### Caso statico

Per l'assegnato valore di  $\phi_k$ , la Figura 3 mostra immediatamente che la combinazione C2 condiziona il progetto in condizioni statiche. Dalla Figura 4b si ottiene:

$d_{min}/h = 0.85$ , ovvero  $d_{min} = d_{Blum} = 4.25 \text{ m}$ .  
Aumentando del 20% la lunghezza del tratto infisso si ottiene in definitiva la lunghezza di infissione della paratia:  
 $d = 1.2 \cdot 4.25 = 5.1 \text{ m}$ .

#### Caso sismico

In condizioni sismiche, la Figura 6b fornisce direttamente il seguente valore di soglia del coefficiente sismico:

$k_h = 0.095 \approx 0.10$ .

Quindi, per valori dell'accelerazione pseudo-

statica maggiori di 0.10 g, le condizioni critiche sono quelle sismiche. In tale caso le equazioni

(5) e (9) possono essere utilizzate per calcolare il valore necessario di  $d > 5.1$  m.

## 6. Conclusioni

L'equazione fondamentale di verifica  $E_d \leq R_d$  prescritta dagli Eurocodici è stata analizzata nei confronti del cinematiso di collasso rotazionale di paratie a sbalzo e ancorate in testa, in entrambe le condizioni statiche e sismiche. Egualizzando i momenti stabilizzanti e ribaltanti, sono state sviluppate equazioni adimensionali che forniscono la minima lunghezza di infissione per le combinazioni di progetto DA1-C1 e DA1-C2.

Oltre ad individuare i gruppi adimensionali delle grandezze che governano il problema, il presente lavoro consente di determinare – per la maggior parte dei casi applicativi in cui sono presenti carichi sismici e sovraccarichi – la combinazione più severa tra:

- DA1-C1, condizioni statiche;
- DA1-C2, condizioni statiche;
- DA1-C2, condizioni sismiche.

Questo risultato comporta significative semplificazioni nella pratica progettuale corrente, evitando di eseguire una verifica distinta per ciascuna delle tre condizioni su elencate.

È stato condotto uno studio parametrico variando – in un ampio intervallo di valori – ciascuno dei gruppi adimensionali che governano il problema. I risultati di questo studio consentono di trarre le seguenti conclusioni, piuttosto generali, relative

alla lunghezza di infissione richiesta per garantire la stabilità della paratia:

- in condizioni statiche, per qualsiasi valore dei sovraccarichi permanenti e variabili e per qualunque valore realistico dell'angolo di attrito del terreno ( $\phi_k \geq 15^\circ$ ), la combinazione C2 è sempre più critica della combinazione C1. Questo risultato avvalorava quanto suggerito dalla Nuova Circolare delle Norme Tecniche per le Costruzioni del 2009;
- le condizioni statiche possono risultare più severe di quelle sismiche se - e solo se - sono presenti significativi sovraccarichi variabili ( $\Delta q$ ). In questo caso, per ogni specifico problema esiste un valore del coefficiente sismico orizzontale ( $k_h$ ), denotato *valore di soglia*, oltre il quale le condizioni sismiche sono sempre più gravose di quelle statiche;
- nella maggior parte dei casi pratici, le condizioni sismiche sono più severe di quelle statiche per  $k_h > 0.10 - 0.15$ .

Sebbene tali conclusioni siano tratte per le situazioni particolari e semplici qui descritte (terreni incoerenti, assenza di pressioni interstiziali), l'approccio metodologico potrebbe risultare valido anche per casi più generali e per diverse tipologie strutturali. A tal fine, sono evidentemente necessari ulteriori approfondimenti.

## Ringraziamenti

Il presente lavoro rientra nell'ambito del Progetto

ReLUI 2, finanziato dal Dipartimento della Protezione Civile.

## Bibliografia

- Blum H. (1950) - Beitrag zur Berechnung von Bohlwerken, Die Bautechnik.
- Coulomb C.A. (1773) - Essay sur une application des regles de maximis et minimis à quelques problemes de statique, relatifs à l'architecture, Memoires de Mathematique et de Physique presentes à l'Academie Royale des Sciences, Paris, 7 (1773), 343-382.
- EN 1997-1:2004 (2004) - Eurocode 7: Geotechnical design - Part 1: General rules, CEN European Committee for Standardization.
- EN 1998-1:2003 (2003) - Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance - Part 1, CEN European Committee for Standardization, Bruxelles, Belgium.
- Lancellotta R. (2007) - Lower bound approach for seismic passive earth resistance, Geotechnique, 57 (2007), 319-321.

- Mononobe N., Matsuo H. (1929) - On the determination of earth pressures during earthquakes, Proceedings World Engineering Conference, Tokyo, Japan, 9 (1929), Paper No. 388.
- Nuove Norme Tecniche per le Costruzioni (2008) - D.M. Infrastrutture 14/01/2008, DEI Tipografia del Genio Civile.
- Okabe S. (1924) - General theory of earth pressure and seismic stability of retaining wall and dam, Journal Japanese Society Civil Engineering, Tokyo, Japan, 12(1) (1924).
- Nuova Circolare delle Norme Tecniche per le Costruzioni, 2 febbraio 2009 (2009) - DEI Tipografia del Genio Civile.